УДК 681.5:004.272+519.6

МНОГОМЕТОДНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ В ОПТИМАЛЬНОМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ СИНТЕЗЕ НА ОСНОВЕ РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Г.Б. Диго
Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН
Россия, 690041, Владивосток, Радио ул., 5
E-mail: bernatsk@iacp.dvo.ru

Н.Б. Диго
Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН
Россия, 690041, Владивосток, Радио ул., 5
E-mail: digo@iacp.dvo.ru

Ключевые слова: многометодная технология, оптимальный параметрический синтез, случайный поиск, неравномерные покрытия, распараллеливание вычислений.
Keywords: multimethod's technology, optimal parametrical synthesis, random search, non-uniform coverings, computation parallelizing.

Рассматриваются вычислительные аспекты реализации многометодной вычислительной технологии применительно к проблемам оптимального параметрического синтеза. Описаны многометодные схемы поиска максимума алгоритмически заданных целевых функций при нелинейных функциях-ограничениях на параметры методами случайного поиска и неравномерных покрытий.
MULTIMETHOD'S TECHNOLOGY IN OPTIMAL PARAMETRICAL SYNTHESIS ON THE BASIS OF COMPUTATION MULTISEQUENCING / G. B. Digo (Institute for Automation and Control processes, Far Eastern Division of Russian Academy of Sciences, 5 Radio Street, Vladivostok 690041, Russia, E-mail: bernatsk@iacp.dvo.ru), N. B. Digo (Institute for Automation and Control Processes, Far Eastern Division of Russian Academy of Sciences, 5 Radio Street, Vladivostok 690041, Russia, E-mail: digo@iacp.dvo.ru). Calculating aspects of realization of multimethod's computing technology as applied to problems of optimal parametrical synthesis are considered. Multimethod's schemes of search of maximum of algorithmically given objective functions with nonlinear functions-constraints on parameters for methods of the random search and non-uniform covers are described.

1. Введение

Проектирование технических систем с учетом случайности процессов изменения их параметров связано с необходимостью решения ряда сложных и трудоемких задач. К их числу относятся задачи параметрического синтеза и, в частности, оптимального выбора номинальных значений параметров проектируемых объектов [1]. Основные трудности решения задач оптимального параметрического синтеза с учетом случайных процессов вариации ее параметров возникают из-за дефицита априорной информации об этих процессах и высокой вычислительной трудоемкости поиска решения. В возникающих условиях неопределенности не всегда удается обеспечить заданное качество функционирования системы. Возможны ситуации, когда найденные оптимальные значения параметров, при которых достигается максимальная вероятность безотказной работы системы за определенный промежуток времени, не приводят к выполнению требуемых ограничений на эту вероятность. В таких случаях для достижения требуемого качества функционирования системы необходимо выбирать и реализовывать стратегию управления ее параметрами. При ее выборе приходится учитывать не только наличие вероятностного характера критерия оптимальности и дефицита информации о случайных закономерностях процессов изменения параметров проектируемых систем, но и нелинейность целевой функции и ограничений на нее.

Использование поисковой оптимизации [2] обусловлено заданием целевой функции и условий работоспособности не в аналитическом (формульном) виде, а таблично, с помощью программ моделирования, алгоритмов решения дифференциальных или нелинейных алгебраических уравнений. Отсутствие универсальных методов решения нелинейных задач оптимизации в условиях неопределенности вынуждает связывать выбор конкретного метода с особенностями решаемой задачи, поскольку метод, удачный для решения одной из них, может быть неудачным для решения других. Именно поэтому на практике эффективен подход, основанный на многометодной технологии [3-5]. Алгоритмы, основанные на таком подходе, могут реализовываться в виде параллельных итерационных процессов с выбором лучшего приближения для продолжения оптимизации. Итерационный процесс продолжается до достижения требуемой точности.

В докладе рассматриваются вычислительные аспекты улучшения реализации многометодных вычислительных схем применительно к проблемам оптимального параметрического синтеза.

2. Постановка и анализ задачи оптимального параметрического синтеза

Задача оптимального параметрического синтеза (ОПС) технических устройств и систем [1, 6] состоит в выборе номинальных значений параметров исследуемого устройства $\mathbf{x}_{ном} = (x_{1ном}, \ldots, x_{n\,ном})$, обеспечивающих максимум вероятности безотказной работы в течение заданного времени:

(1) $$\mathbf{x}_{ном} = \mathbf{arg\,max}\, P\{\mathrm{X}(\mathbf{x}_{ном}, t) \in D_{\mathbf{x}},\ \forall t \in [0, T]\},$$

где $\mathrm{X}(\mathbf{x}_{ном}, t)$ – случайный процесс изменения параметров; $D_{\mathbf{x}}$ - область работоспособности; T - заданное время эксплуатации устройства.

Исходными в рассматриваемой задаче являются информация о возможных вариациях значений внутренних параметров системы $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n)$, $\mathbf{x} \in R^n$,

(2) $$x_{i\min} \le x_i \le x_{i\max}, \quad x_i \ge 0,\ i = \overline{1, n},$$

и условия работоспособности – ограничения на компоненты вектора выходных параметров $\mathbf{y} = \{y_j\}_{j=1}^m$ –

(3) $$a_j \le y_j(\mathbf{x}) \le b_j, \quad j = 1, ..., m,$$

(4) $$y_j = F_j(x_1, ..., x_n).$$

В (4) $F_j(\cdot)$ – известный оператор, зависящий от топологии исследуемого устройства. Зависимость (4) задается не в явной, а в алгоритмической форме, в частности, через численные решения систем уравнений (дифференциальных или алгебраических), описывающих функционирование исследуемой системы.

Информация о форме и ориентации области работоспособности

(5) $$D_{\mathbf{x}} = \{\mathbf{x} \in R^n : \mathbf{a} \le \mathbf{y}(\mathbf{x}) \le \mathbf{b}\}$$

в пространстве внутренних параметров отсутствует.

Основные трудности решения задач ОПС с учетом случайных процессов вариации их параметров возникают из-за дефицита априорной информации об этих процессах и высокой вычислительной трудоемкости поиска решения. При дефиците априорной информации найденные оптимальные значения параметров не всегда обеспечивают заданное качество функционирования системы. Так, возможны ситуации, когда найденные оптимальные значения параметров, при которых достигается максимальная вероятность безотказной работы системы за определенный промежуток времени, не приводят к выполнению требуемых ограничений на эту вероятность. В таких случаях приходится искать пути дальнейшего улучшения решения. Таким образом, для обеспечения требуемого качества функционирования системы необходимы выбор и реализация стратегии управления ее параметрами.

Согласно [1] программная среда решения задач ОПС представима в виде набора пяти взаимосвязанных программно-алгоритмических модулей (ввод описания проектируемой системы в вычислительную среду, преобразование описания системы в математическую модель, детерминированный анализ, статистический анализ и оптимизация). Алгоритмические и программные средства модуля оптимизации предназначены для выбора наилучших проектных решений с учетом производственных и эксплуатационных отклонений параметров проектируемых систем от их расчетных значений. В частности, с их помощью должны выполняться такие этапы как поиск экстремума нелинейных целевых функций по стохастическому (вероятностному) критерию при нелинейных функциях-ограничениях на управляемые параметры, аппроксимация областей работоспособности.

Поскольку в реальных условиях случаи аналитического задания функций-ограничений крайне редки и классические методы нахождения экстремумов практически не применимы, приходится обращаться к поисковой оптимизации. Возникающие при этом существенные вычислительные затраты требуют поиска подходов, обеспечивающих ускорение получения желаемых результатов. К ним можно отнести, например, использование технологии параллельных вычислений. При этом возможны различные стратегии, среди них – методы случайного поиска, относящиеся к методам иерархической оптимизации. Они работают при отсутствии информации о виде целевой и ограничивающих функций, при табличном их представлении. Если известно, что целевая функция обладает ограниченной константой Липшица в своей области определения, применимы методы покрытий. В случае выпуклости целевой функции и дифференцируемости ее на выпуклом конечномерном пространстве эффективно использование методов выпуклой оптимизации. Поскольку среди методов поисковой оптимизации не существует универсальных, приходится для конкретного класса задач на основе имеющейся априорной информации или некоторых допущений выбирать тот или иной из них, либо применять несколько.

Ставится задача разработки многометодных вычислительных схем поиска максимума нелинейных целевых функций, заданных алгоритмически, при нелинейных функциях-ограничениях на управляемые параметры систем и устройств для методов случайного поиска и неравномерных покрытий.

3. Схема функционирования многометодного алгоритма поиска максимума алгоритмически заданной функции и его распараллеливание

Схема применения многометодной технологии для поиска максимума алгоритмически заданной целевой функции описывается на примере использования трех алгоритмов: половинного деления [7], безызбыточного диагонального и безызбыточного одноточечного [8]. Все они основаны на неравномерных покрытиях пространства поиска, предусматривают его разбиение на меньшие подобласти и вычисление в них верхних границ целевых функций с учетом оценки константы Липшица [7-8].

Пусть ищется максимум целевой функции

(6) $$\varphi(\mathbf{x}) = P\{\mathbf{X}(\mathbf{x}_{ном}, t) \in D_{\mathbf{x}}, \forall t \in [0, T]\},$$

удовлетворяющей в области поиска (n-мерном замкнутом ограниченном множестве $D_{\mathbf{x}} \subset R^n$ произвольной конфигурации и ориентации) условию Липшица с неизвестной константой L. В (6) $P\{\cdot\}$ - алгоритмически заданная функция, определенная выражением (1).

В методе половинных делений в достаточно малых подобластях на работу алгоритмов основное влияние оказывает локальная информация о поведении целевой функции, и, наоборот, в больших подобластях повышается роль глобальной информации о ней из-за возможной ненадежности в этом случае локальной информации. Поэтому необходимо достигать разумного равновесия между использованием локальной и глобальной информацией для обеспечения нахождения глобального максимума и ускорения работы алгоритма поиска [8].

Безызбыточная стратегия диагонального разбиения [8] обеспечивает вычисление значений целевой функции только в двух вершинах каждого n-мерного параллелепипеда разбиения на текущей итерации. Введенная в ней специальная индексация параллелепипедов разбиения позволяет с малыми вычислительными затратами устанавливать связи между параллелепипедами, полученными на разных итерациях алгоритма. Кроме того, она разграничивает информацию, характеризующую каждый полученный параллелепипед и координаты его вершин, исключая повторные вычисления значений целевой функции в одних и тех же пробных точках.

Аналогичные свойства присущи одноточечной безызбыточной стратегии разбиения [9], в которой вместо значений целевой функции $\varphi(\mathbf{x})$ в двух вершинах текущего параллелепипеда используется лишь одно.

В отличие от этих двух алгоритмов метод половинного деления не относится к безызбыточным. Однако нужно отметить, что имеющийся уровень информации об оптимизируемой функции в задачах ОПС не всегда позволяет заранее определить [9], какой из этих трех подходов на самом деле является лучшим для конкретной оптимизационной задачи.

Согласно [3], многометодная технология реализуется путем организации параллельных вычислительных процессов для одновременного проведения расчетов тремя перечисленными методами. Каждый процесс реализует итерационный алгоритм одного из методов, это позволяет решать одну и ту же задачу сразу несколькими методами. После вычисления очередного приближения каждый из полученных результатов оценивается по приращению $\varphi(\mathbf{x}_k^i) - \varphi(\mathbf{x}_{k-1}^i)$ целевой функции. Наилучший результат предыдущего шага $\mathbf{x}^{i_0} = \mathbf{arg}\max\limits_{i=1,2,3}(\varphi(\mathbf{x}_k^i) - \varphi(\mathbf{x}_{k-1}^i))$ передается всем методам для выполнения следующей итерации, т.е. $\mathbf{x}_{k+1}^i = \mathbf{x}^{i_0}$, $i = 1,2,3$. Итерационный процесс продолжается до получения приближения, обеспечивающего выполнение критерия оптимальности с заданной точностью. Схема вычисления приближения на (k+1)-м шаге представлена на рис. 1.

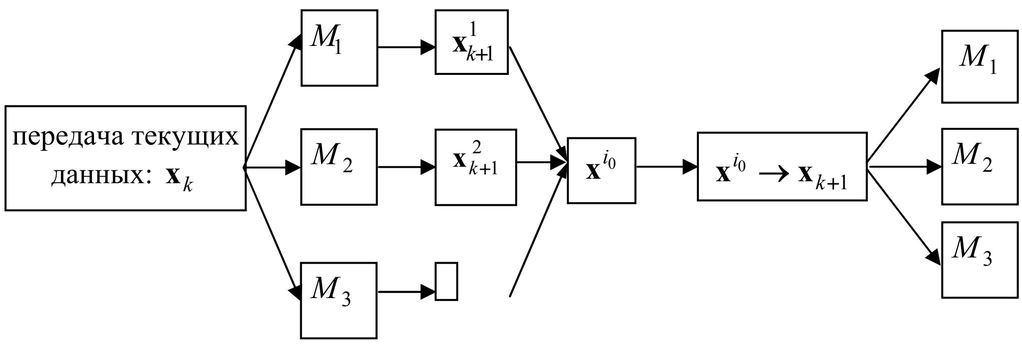

Рис. 1. Схема вычисления приближения на (k+1)-м шаге.

Таким образом, одновременное применение разных методов поиска максимума формирует группу алгоритмов, каждый из которых работает достаточно эффективно только в определенных условиях. При этом многометодный алгоритм предусматривает автоматический анализ результатов, полученных разными методами по заданному критерию.

4. Вычислительная схема многометодного случайного поиска

Среди алгоритмов, обеспечивающих решение задачи оптимизации многопараметрических систем и обладающих такими привлекательными свойствами, как повышенное быстродействие, надежность и помехоустойчивость, простота программирования на ЭВМ, потенциальный параллелизм, привлекателен комбинированный поисковый алгоритм, изложенный в [10-11] как последовательный. Его идея состоит в следующем. Полагаются известными условия работоспособности и уравнения связи выходных переменных с параметрами элементов, а вероятность безотказной работы системы задается как функция номинальных значений параметров и времени эксплуатации. Алгоритм разработан на базе двух методов: направленного случайного поиска и градиентного. По существу, ход решения задачи разбивается на два этапа. На первом этапе осуществляется направленный случайный поиск приближенного решения, а на втором – его уточнение градиентным методом. Использование случайного поиска обеспечивает алгоритму глобальные свойства, уменьшает число вычислений целевой функции и позволяет достаточно просто учитывать любые ограничения на пространство допустимых вариаций параметров [1]. В окрестности точек, подозрительных на экстремум, алгоритм автоматически переключается на градиентный метод, что позволяет обеспечить заданную точность вычислений. При этом если частные производные невозможно вычислить по аналитическому выражению, предлагается использовать их приближенные значения.

От описанного комбинированного алгоритма удается перейти к многометодной оптимизации, реализовывая в виде параллельных итерационных процессов несколько методов глобального случайного поиска, основанных на проведении итераций локального подъема из случайных точек. При этом каждый из них имеет свой способ нахождения локальных максимумов. Сконструированы три алгоритма глобального поиска, в которых для нахождения локальных максимумов выбраны соответственно метод наилучшей пробы, метод повторяющегося случайного поиска и метод статистического градиента [12].

Для оценки эффективности процесса поиска вводится константа ε, определяющая точность получаемого решения. Кроме того, исходными данными являются заданное предельное число N шагов поиска, условия работоспособности, задаваемые выражениями (3)-(4) и ограничения (2) на внутренние параметры, образующие n-мерный параллелепипед допусков

(7) $$B_d = \{\mathbf{x} \in R^n \mid x_{i\,\mathbf{min}} \le x_i \le x_{i\,\mathbf{max}},\ i = 1,\ldots,n\}.$$

Параллелепипед B_d, определяемый выражением (7), согласно поставленной выше задаче, содержит область $D_\mathbf{x}$, но может не являться для нее описанным. В n–мерном параллелепипеде B_d из (7) выбирается случайная начальная точка поиска $\mathbf{x}_0$, принадлежащая $D_\mathbf{x}$ (используются датчики равномерно распределенных случайных чисел). Многометодная технология реализуется по схеме, представленной на рис. 2. По начальной точке $\mathbf{x}_0$, принятой за исходную, на каждом из процессоров осуществляется поиск точки локального максимума $\mathbf{x}_1^{*(i)}$, $i = 1,2,3$, своим методом. Для следующего k-го $(k \ge 2)$, шага выбирается точка $\mathbf{x}_k^*$, удовлетворяющая условию $\mathbf{x}_k^* = \mathbf{arg}\max\limits_{i=1,2,3} \varphi(\mathbf{x}_{k-1}^{*(i)})$, которая передается всем методам, $\mathbf{x}_k^{(i)} = \mathbf{x}_{k-1}^*$, $i = 1,2,3$. Итерационный процесс продолжается до получения приближения, обеспечивающего выполнение заданного критерия оптимальности $\left|\varphi(\mathbf{x}_k^*) - \varphi(\mathbf{x}_{k-1}^*)\right| \le \varepsilon$, либо превышения заданного числа шагов поиска.

Следует отметить, что приведенная на рис. 2 вычислительная схема соответствует включению трех алгоритмов случайного поиска как иллюстрация используемого подхода. На самом деле может использоваться большее число алгоритмов с учетом количества имеющихся процессоров и степени информационной неопределенности об исследуемом объекте.

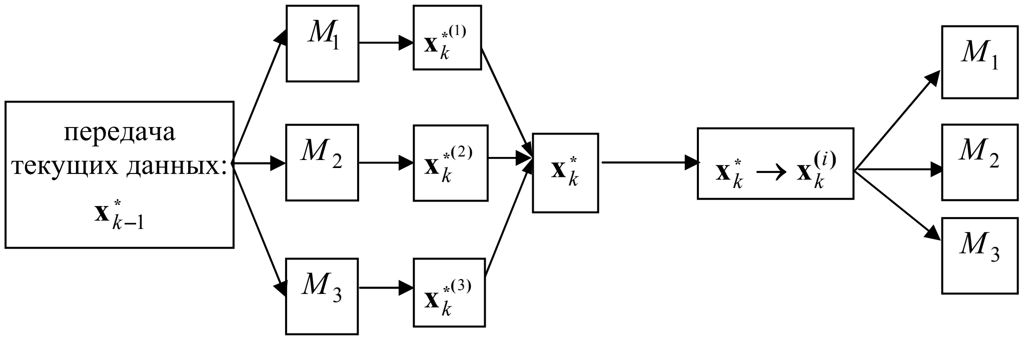

Рис. 2. Вычислительная схема многометодного случайного поиска на *k*-ом шаге приближения.

При включении алгоритмов в многометодную схему учитываются локальные и глобальные характеристики эффективности поиска. Локальные характеристики касаются каждого из включаемых алгоритмов и влияют на быстродействие поиска на одном шаге, вероятность появления в процессе поиска ошибочного (нежелательного) шага. От глобальных характеристик зависят критерий точности решения, критерий числа шагов, необходимых для решения задачи с заданной точностью, критерий надежности поиска (в смысле вероятности нахождения решения с заданной точностью) и др.

5. Заключение

Вычислительная многометодная технология поиска максимума алгоритмически заданной многоэкстремальной целевой функции реализована в виде параллельных итерационных процессов с последовательным выбором лучшего приближения после выполнения итераций всеми методами. В соответствии с ней решение задачи находится мультиметодным алгоритмом, состоящим из последовательных шагов разных методов, включаемых в процесс поиска с целью его ускорения. Такой подход учитывает особенности максимизируемой функции на всех этапах поиска и позволяет повышать эффективность решения.

Применение мультиметодных алгоритмов в реальных условиях обеспечивает для каждой задачи подбор своей последовательности шагов из разных методов, приводящей к наиболее эффективному поиску.

Проведенные исследования позволяют утверждать, что в условиях неполной или недостаточной информации об оптимизируемой функции рассмотренная технология на основе многометодных вычислительных схем при использовании методов случайного поиска дает возможность модифицировать известные алгоритмы, учитывая специфику конкретного объекта.

Список литературы

1. Абрамов О.В. Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. М.: Наука. 1992. 176с.
2. Батищев Д.И. Поисковые методы оптимального проектирования. М.: Советское радио, 1975. 216с.
3. Тятюшкин А.И. Многометодная технология оптимизации управляемых систем. Новосибирск: Наука. 2006. 343с.
4. Бернацкий Ф.И., Диго Г.Б., Диго Н.Б. Применение многометодной технологии в робастном управлении // Информатика и системы управления, №2(4), 2002. С.88-96.
5. Бернацкий Ф.И., Диго Г.Б., Диго Н.Б. Многометодная технология в задачах идентификации // Труды II Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO’2003. М.: Институт проблем управления, 2003. С.631-636.

6. Абрамов О.В., Катуева Я.В. Использование технологии параллельных вычислений в задачах анализа и оптимизации // Проблемы управления. 2003. №4. С. 11-15.
7. Евтушенко Ю.Г., Ратькин В.А. Метод половинных делений для глобальной оптимизации функций многих переменных // Известия Академии наук СССР. Техническая кибернетика. - 1987. №1. С. 119-127.
8. Сергеев Я.Д., Квасов Д.Е. Диагональные методы глобальной оптимизации. - М.: ФИЗМАТЛИТ. 2008. 352с.
9. Sergeyev Ya.D. Efficient partition of *N*–dimensional intervals in the framework of one-point-based algorithms // Journal of Optimization Theory and Applications, 2005. V. 124. N 2, P. 503-510.
10. Абрамов О.В., Здор В.В., Супоня А.А. Допуски и номиналы систем управления. М.: Наука. 1976. 160с.
11. Абрамов О.В., Бернацкий Ф.И., Здор В.В. Параметрическая коррекция систем управления. М.: Энергоиздат. 1982. 176с.
12. Растригин Л.А. Адаптация сложных систем. Рига: Зинатне, 1981. 375с.