

ТЕХНОЛОГИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА¹

О.В. Абрамов

Институт автоматизации и процессов управления Дальневосточного отделения РАН

Россия, 690041, Владивосток, ул. Радио 5

E-mail: abramov@iacp.dvo.ru

Ключевые слова: параметрический синтез, параллельный алгоритм, случайные изменения параметров, область работоспособности, оптимизация

Key words: parametric synthesis, parallel algorithm, random parameters variations, region of acceptability, optimization

Рассматривается задача оптимального синтеза аналоговых технических устройств и систем с учетом закономерностей случайных вариаций их параметров. Предложены алгоритмы многовариантного анализа и параметрической оптимизации по стохастическим критериям, основанные на технологии параллельных и распределенных вычислений.

PARALLEL COMPUTATIONS TECHNOLOGY IN OPTIMAL PARAMETRIC SYNTHESIS PROBLEMS / O.V. Abramov (Institute of Automation and Control Processes Far East Division of the Russian Academy of Sciences, 5 Radio Street, Vladivostok, 690041, Russia, E-mail: abramov@iacp.dvo.ru). The optimal synthesis problem of analogues engineering devices and systems with due account of random parameters variations is considered. Several algorithms for multivariate analysis and parametric stochastic optimization based on parallel and distributed computations were proposed.

Проблема оптимального параметрического синтеза (ОПС) технических устройств и систем с учетом стохастических закономерностей изменения их параметров и требований надежности связана с необходимостью решения задач высокой вычислительной сложности. Суть ОПС состоит в поиске таких начальных (номинальных) значений параметров элементов системы (внутренних параметров), при которых обеспечивается максимальная вероятность выполнения условий работоспособности в течение заданного времени эксплуатации. При этом предполагается, что структура (топология) проектируемой системы и ее математическая модель, связывающая выходные параметры системы с параметрами элементов (внутренними параметрами) и возмущающими воздействиями, известны.

Стохастический характер критерия оптимальности, многомерность пространства поиска, необходимость решения задачи глобальной оптимизации заставляют искать пути создания эффективных численных методов решения задач ОПС. Одним из наиболее радикальных путей решения задач высокой вычислительной сложности является распараллеливание процесса поиска решения. Идея создания эффективных параллельных методов многовариантного анализа и поисковой оптимизации, ориентированных на решение задач ОПС, рассматривается в данной работе.

Общая постановка задачи оптимального параметрического синтеза имеет следующий вид [1,2]. Найти номинальные значения внутренних параметров исследуемой системы

¹ Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований Президиума РАН «Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация» проект 09-1-П2-03 «Параллельные методы и алгоритмы оптимального параметрического синтеза»

$\mathbf{x}_{ном} = (x_{1ном}, \dots, x_{nном})$, обеспечивающие максимум вероятности выполнения условий ее работоспособности в течение заданного времени эксплуатации:

$$(1) \quad \mathbf{x}_{ном} = \mathbf{arg\,max} P\{X(\mathbf{x}_{ном}, t) \in D_x, \forall t \in [0, T]\},$$

где $X(\mathbf{x}_{ном}, t)$ – случайный процесс изменения параметров элементов системы; D_x - область работоспособности в пространстве внутренних параметров; T - заданное время эксплуатации системы.

Область допустимых вариаций внутренних параметров D_x , как правило, неизвестна, а условия работоспособности чаще всего задаются системой неравенств:

$$(2) \quad a_j \leq y_j(\mathbf{x}) \leq b_j, \quad j = 1, \dots, m,$$

где $\mathbf{y} = \{y_j\}_{j=1}^m$ – вектор выходных параметров системы, причем $y_j = F_j(x_1, \dots, x_n)$, а $F_j(\cdot)$ - известный оператор, зависящий от топологии исследуемой системы.

Вероятность выполнения условий работоспособности в течение требуемого времени в этом случае имеет вид

$$(3) \quad P(\mathbf{y} \in D_y, \forall t \in [0, T]) = P(y_1 \in [a_1, b_1] \cap y_2 \in [a_2, b_2] \cap \dots \cap y_m \in [a_m, b_m]).$$

Программную среду для решения задач ОПС можно представить в виде набора взаимосвязанных программно-алгоритмических модулей:

1. Модуль ввода описания проектируемой системы в вычислительную среду.
2. Модуль преобразования описания системы в математическую модель, связывающую выходные параметры системы с параметрами ее элементов и возмущениями.
3. Модуль детерминированного анализа. Для выбранной структуры (топологии) и заданных значений внутренних параметров $\mathbf{x}_{ном} = (x_{1ном}, \dots, x_{nном})$ здесь происходит вычисление значений выходных параметров системы $\mathbf{y} = \{y_j\}_{j=1}^m$, $y_j = F_j(x_1, \dots, x_n)$ и проверка выполнения условий работоспособности.
4. Модуль статистического анализа. Он включает в себя алгоритмические и программные средства генерации случайных процессов изменения внутренних параметров $X(t)$ и вычисления целевой функции (вероятности выполнения условий работоспособности) методом статистических испытаний (Монте-Карло) $P(T) = P\{X(\mathbf{x}_{ном}, t) \in D_x, \forall t \in [0, T]\}$.
5. Модуль оптимизации, включающий в себя набор алгоритмических и программных средств поиска номинальных значений параметров элементов системы $\mathbf{x}_{ном} = (x_{1ном}, \dots, x_{nном})$, доставляющих максимум целевой функции.

Эффективным средством преодоления вычислительной трудоемкости (временных затрат) решения задач оптимального параметрического синтеза, как отмечалось выше, может стать использование современных технологий параллельных и распределенных вычислений.

При программной реализации параллельных алгоритмов представляется целесообразным использование возможностей, как современных многопроцессорных вычислительных систем, так и распределенных многомашинных комплексов, связанных локальной сетью. Главным критерием качества распараллеливания вычислений является сокращение общего времени решения задачи. Возможности для распараллеливания вычислений ограничиваются не только числом имеющихся процессоров, но и особенностями вычислительного алгоритма, который может оказаться принципиально последовательным. В задачах ОПС целесообразно использовать SPMD-модель передачи сообщений (каждое задание выполняет одну и ту же программу, но с разными данными) и, так называемую, master-slave парадигму параллельного программирования. Один из процессоров назначается главным (master), он производит динамическую балансировку загрузки, рассылает задания остальным подчиненным процессорам (slave), формирует результаты. Распараллеливание базируется на декомпозиции последовательного алгоритма вычислений, а в качестве

единицы параллелизма выступает задача однократного расчета модели системы (моделирования системы).

Можно предложить несколько вариантов стратегии ОПС с использованием технологии параллельных вычислений.

В основе первой из стратегий лежит идея создания параллельных методов расчета целевой функции и оптимизации.

Создание и реализация параллельного аналога метода статистических испытаний (Монте-Карло) не вызывает принципиальных затруднений. Использование параллельных вычислений в этом методе является вполне логичным, поскольку идея параллелизма – повторения некоторого типового процесса с различными наборами данных – заложена в самой структуре метода. Интуитивно понятно, что использование k независимых процессоров и распределение между ними независимых испытаний, уменьшит трудоемкость статистического моделирования почти в k раз, поскольку затраты на заключительное суммирование и осреднение результатов практически несущественны.

В общем виде алгоритм получения оценки искомой вероятности методом Монте-Карло выглядит следующим образом. Моделируется множество N реализаций случайного процесса изменения параметров системы, которое делится на k непересекающихся подмножеств. Для каждой реализации осуществляется проверка ее нахождения в области допустимых значений D_x в течение заданного времени T . Оценку вероятности нахождения системы в работоспособном состоянии можно будет вычислить по формуле:

$$(4) \quad \hat{P} = \sum_{i=1}^k n_{gi} / N,$$

где n_{gi} – количество «хороших» реализаций (удовлетворяющих условиям работоспособности) для каждого из процессоров, N – требуемое число испытаний.

Оценка (4) является случайной величиной и подчиняется биномиальному распределению вероятностей. Она обладает желаемым свойством несмещенности, т.е. ожидаемое (асимптотическое) значение оценки \hat{P} в точности равно истинному значению вероятности $P(T)$.

Существенным требованием при распределении испытаний по процессорам является отсутствие межпроцессорных корреляций при формировании реализаций векторов варьируемых параметров на различных процессорах. Для решения этих задач привлекаются специальные библиотеки параллельных датчиков случайных чисел, что позволяет осуществить распределенный подход в получении последовательностей псевдослучайных чисел [3].

Применение таких приемов параллельного программирования позволяет практически избежать накладных расходов на пересылку данных и высоких временных задержек, вызванных латентностью вычислительной системы, а также серьезной разбалансировки вычислительного процесса, возникающей в ходе анализа исследуемого устройства с использованием метода критических сечений [1].

Простейшим из прямых методов поисковой оптимизации, обладающих свойством потенциального параллелизма, является метод сканирования. Этот метод заключается в последовательном переборе значений номиналов параметров из множества допустимых, при этом запоминается наибольшее значение целевой функции и вектор номиналов, приведший к этому значению. В соответствии с алгоритмом это состояние заменяется другим только в случае, если новое значение целевой функции окажется больше, чем значение, хранимое в памяти. Особенность и преимущество метода сканирования заключается в независимости поиска от вида и характера целевой функции, а также в том, что этот метод всегда позволяет найти глобальный экстремум.

В простейшем случае решение задачи сводится к полному перебору элементов множества возможных значений номиналов внутренних параметров, для каждого из которых

осуществляется расчет соответствующей целевой функции. Учитывая цикличность процедуры вычисления целевой функции, несложно применить параллелизм по данным.

Еще одним методом поиска, обладающим свойством потенциального параллелизма, является метод случайного поиска.

При использовании этого метода также необходимо, прежде всего, задать область поиска в пространстве внутренних параметров D_x . Далее по случайному закону генерируется совокупность номинальных точек области поиска, для которых вычисляются значения целевой функции. Номинальную точку, доставляющую наибольшее значение целевой функции, выбирают в качестве оптимального решения задачи параметрического синтеза. Достоинством метода является возможность его использования для поиска глобального экстремума.

Другая возможная стратегия ОПС основана на построении области допустимых значений внутренних параметров (области работоспособности) D_x . Привлекательность этой стратегии в определенной мере связана с возможностью декомпозиции общей задачи ОПС на две подзадачи.

Первая из них состоит в построении, анализе и аппроксимации области D_x . Это задача высокой вычислительной трудоемкости, поскольку ее решение связано с необходимостью многократного вычисления значений выходных параметров системы (обращения к модулю детерминированного анализа).

Вторая подзадача включает вычисление целевой функции и нахождение оптимальных значений номиналов параметров. Получение решений в этом случае не связано с необходимостью обращения к модулю детерминированного анализа, что значительно уменьшает трудоемкость параметрического синтеза.

Таким образом, стратегия ОПС в этом случае будет состоять из двух этапов, первый из которых связан с построением области допустимых вариаций параметров D_x . К наиболее известным методам ее построения относятся метод матричных испытаний [4-5]. Его основная идея состоит в том, что диапазон возможных изменений каждого из внутренних параметров разбивается на равные интервалы, называемые квантами. В качестве представителя кванта выбирается значение параметра, лежащее в середине кванта. Можно составить матрицу несовместных ситуаций, понимая под ситуацией такое состояние исследуемой системы, когда каждый из его внутренних параметров принимает значение, соответствующее представителю определенного кванта.

Для каждого элемента матрицы несовместных ситуаций проводится моделирование системы (вычисление выходных параметров) и проверяется выполнение условий работоспособности. Множество ситуаций, соответствующих работоспособному состоянию системы, можно рассматривать как аппроксимацию области допустимых значений параметров D_x .

Достоинством метода матричных испытаний является возможность достаточно точного определения границ D_x , обнаружение разрывов внутри области и нахождение всех областей, если их больше одной. К его недостаткам относятся необходимость перебора большого количества сочетаний изменяемых параметров, что обуславливает низкое быстродействие метода, дополнительные накладные расходы на составление, хранение и расшифровку матрицы ситуаций.

Уменьшение трудоемкости нахождения области работоспособности можно обеспечить путем распараллеливания процесса матричных испытаний. Параллельный аналог метода матричных испытаний описан в работах [6-7].

На втором этапе осуществляется поиск оптимальных решений. При известной области работоспособности трудоемкость вычисления значений целевой функции и поиска экстремума существенно уменьшается. Теперь при проведении испытаний нет необходимости вычислять значения выходных параметров системы (обращаться к модулю детерминированного анализа).

Дальнейшее сокращение вычислительных затрат может быть достигнуто путем использования параллельных аналогов методов поисковой оптимизации, некоторые из которых были рассмотрены выше.

Таким образом, при использовании стратегии ОПС, основанной на построении областей работоспособности, решение поставленной задачи осуществляется в два этапа, первый из которых можно считать подготовительным (построение области D_x), а второй – основным. Эффективность каждого из этапов обеспечивается на основе использования технологии параллельных или распределенных вычислений.

Сравнить эффективность использования рассмотренных двух стратегий ОПС довольно сложно. Каждая из них имеет свои достоинства и недостатки, причем результат сравнения будет во многом зависеть как от программной реализации используемых алгоритмов, так и от особенностей конкретных исследуемых систем. Можно только отметить, что априори первая из стратегий является потенциально более точной, так как при реализации стратегии, основанной на построении области допустимых вариаций внутренних параметров, приходится использовать не истинную область работоспособности, а ее некоторую аппроксимацию.

Список литературы

1. Абрамов О.В. Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. – М.: Наука. 1992.
2. Абрамов О.В. Методы и алгоритмы параметрического синтеза стохастических систем // Проблемы управления, № 4, 2006. С. 3-8.
3. P. Coddington. Random number generators for parallel computers, NHSE Review, 1996.
4. Васильев Б.В., Козлов Б.А., Ткаченко Л.Г. Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств. – М.: Советское радио, 1964.
5. Смагин Ю.Е. Матричные испытания радиоэлектронных устройств с помощью ЭВМ. – М.: Энергия, 1979.
6. Абрамов О.В., Диго Г.Б., Диго Н.Б., Катуева Я.В. Параллельные алгоритмы построения области работоспособности // Информатика и системы управления, № 2, 2004. С. 121-133.
7. Назаров Д.А. Использование распределенных вычислений при построении области работоспособности // Информатика и системы управления, № 1, 2008. С. 142-151.

