ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Г.Г. Куликов, В.Ю. Арьков, А.И. Абдулнагимов
Уфимский государственный авиационный технический университет,
Россия, 450000, Башкортостан, г. Уфа, ул. К. Маркса, 12
E-mail: gennadyg_98@yahoo.com, v_arkov@mail.ru, ansafufa@mail.ru

Рассматривается проблема идентификации марковских моделей нестационарных динамических объектов на примере авиационных газотурбинных двигателей. Предлагается методика оптимального выбора разрешающей способности для марковских оценок. Обсуждается возможность распределенной реализации изложенного подхода.

MARKOV MODEL IDENTIFICATION OF NONMSTATIONARY DYNAMIC OBJECTS WITH PARALLEL COMPUTING / G.G. Kulikov, V.Yu. Arkov, A.I. Abdulnagimov (Ufa State Aviation Technical University, st. K. Marksa 12, Ufa, 450000, Russia). The Markov model identification problem of non-stationary dynamic objects by the example of aviation gas turbine engines is considered. The technique for optimum choice of resolution for Markov estimations is offered. The possibility of parallel realization of the given approach is discussed.

Введение

Построение математических моделей нестационарных динамических объектов является актуальной проблемой в области автоматического управления и контроля сложными системами, в частности, такими как авиационные газотурбинные двигатели (ГТД). Использование методов марковского моделирования для идентификации стохастических моделей позволяет решать проблемы анализа качества управления и «тонкой» настройки систем управления, что делает этот метод более эффективным и доступным в инженерной практике. К тому же, марковские модели динамических систем находят свое применение в области анализа динамических свойств объекта управления и наиболее точно и адекватно имитируют поведение реальной системы с учетом воздействий внутренних и внешних факторов.

Задача марковского моделирования сложных динамических систем с отказами, особенно в части построения распределенных иерархических моделей, является недостаточно исследованной в теоретическом и практическом отношении. Для описания поведения сложных изделий авиационной техники с отказами, в основном, используются детерминированные модели, в то время как процессы возникновения, развития, обнаружения, диагностики и парирования отказов являются по определению стохастическими. Исследование таких процессов требует адекватного аппарата стохастического моделирования и соответствующих вычислительных средств.

С появлением высокопроизводительной вычислительной техники открываются возможности улучшения качества статистических оценок по экспериментальным данным. Частотные характеристики и управляемые марковские цепи являются формами представления динамических свойств объекта управления и используются для разработки систем автоматического управления и контроля (САУК) ГТД [1]. Использование цифровых САУ позволяет получать большое количество экспериментальных данных в цифровой форме, что открывает возможности для применения статистических методов по выборкам большого объема [2]. Однако в существующих пакетах программ по-прежнему реализуются алгоритмы статистической обработки, ориентированные на экономию вычислительных ресурсов.

1. Построение марковской модели

Марковские модели стохастической динамики сложных систем можно строить по экспериментальным данным. В качестве исходной математической модели объекта управления рассматривается описание в пространстве состояний в виде стохастического разностного уравнения

$$X(t+1) = \mathbf{A}X(t) + \mathbf{F}\xi(t) \tag{1}$$

где $X \in R^s$ – s-мерный вектор состояний; $\mathbf{A}$ и $\mathbf{F}$ – матрицы размерности $(n{\times}n)$ и $(n{\times}r)$ соответственно; $\xi \in R^r$ – вектор независимых случайных переменных. Уравнение (1) есть процесс Маркова, поскольку будущее состояние системы $X(t+1)$ определяется предшествующим состоянием $X(t)$ и не зависит от предыстории процесса.

Введение дискретизации по уровню позволяет перейти от марковского процесса к цепи Маркова. При условии стационарности процесса $\xi(t)$ цепь будет однородной. Такая цепь описывается с помощью стохастической матрицы вероятностей переходов **P** размерностью ($m \times m$), где m – количество состояний цепи. Каждый элемент матрицы $\mathbf{P}_{ij}$ представляет собой вероятность перехода системы из состояния X_i в состояние X_j за время ΔT:

$$\mathbf{P}_{ij} = \mathrm{Prob}\{X(t) = X_i,\ X(t+1) = X_j\};\ \forall n \in N;$$
$$\sum_{j=1}^{m} \mathbf{P}_{ij} = 1,\ i = \overline{1, m}\ . \tag{2}$$

В случае, когда доступны наблюдения не только состояния **X**, но и управления **U**, модель (1) принимает вид:

$$X(t+1) = \mathbf{A}X(t) + \mathbf{B}U(t) + \mathbf{F}\xi(t) \tag{3}$$

Таким образом, динамический объект, описываемый конечно-разностными уравнениями (1), с входной координатой (управлением) U и выходной координатой (состоянием) X, в замкнутой схеме системы автоматического управления является управляемым марковским процессом [3-5].

Размер матрицы P определяется априорной информацией о порядке модели объекта (3) и числом интервалов дискретизации Δx и Δu. Вероятности переходов оцениваются как относительные частоты соответствующих событий.

Статистическая оценка переходных вероятностей управляемой марковской цепи сводится к подсчету соответствующих событий за время наблюдения и последующему вычислению элементов матрицы **P** по формуле:

$$\mathbf{P}_{ijk} = \frac{N_{ijk}}{\sum_{j=1}^{m} N_{ijk}}\ , \tag{4}$$

где N_{ijk} – число событий вида $\{X(t_n) = X_i,\ X(t_{n+1}) = X_j\ ,\ U(t_n) = U_k\}$, а знаменатель соответствует числу событий вида $\{X(t_n) = X_i,\ U(t_n) = U_k\}$. Таким образом, при любой комбинации состояния X_i и управления U_k получаем полную систему событий, заключающихся в переходах в состояния X_j.

2. Методика косвенной оптимизации статистических оценок марковских моделей

Представление матрицы вероятностей переходов состоит в построении многомерных гистограмм, которые представляют собой оценку совместного распределения. Такая форма более наглядна и дает возможность анализировать не только максимальные вероятности, но также и общую форму распределения вероятности по каждой строке. Гистограмма представляет собой результат непараметрического оценивания функции плотности распределения в виде вектора вероятностей состояний λ.

На рисунке 1 видно, что при высокой разрешающей способности возрастает случайная погрешность – дисперсия. В этой области график становится зашумленным. При низком разрешении производится усреднение, приводящее к росту систематической ошибки – смещения. Здесь график становится гладким, но оценка существенно уходит от своего точного значения.

В работе предлагается использовать поиск оптимального разрешения по косвенному графическому критерию. На рисунке 2 показаны оценки формы распределения с различным разрешением и степенью перекрытия интервалов группирования.

Такое представление матрицы вероятностей переходов и выбор оптимальной длины интервала группировки и перекрытия интервалов гистограммы, позволяют найти компромисс между случайными и систематическими ошибками.

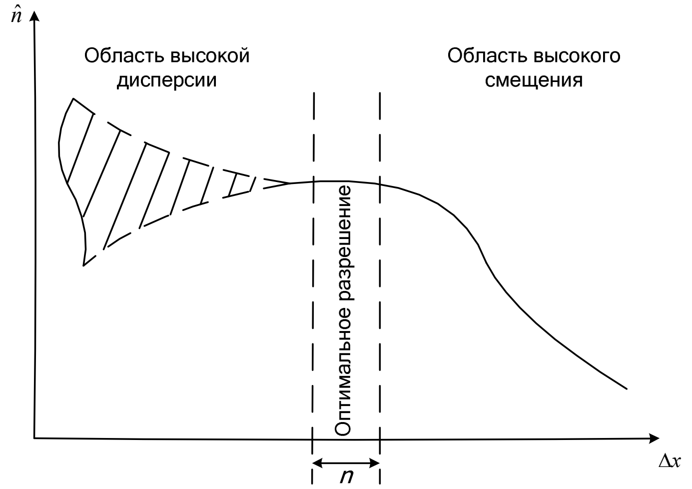

Рисунок 1. Компромисс между случайными и систематическими ошибками

Предварительный теоретический анализ показывает, что искомая оптимальная величина разрешающей способности существует. Однако измерить величину суммарной погрешности практически невозможно, поскольку «истинная» модель объекта неизвестна [6,9]. Поставленная задача может быть решена только косвенным путем.

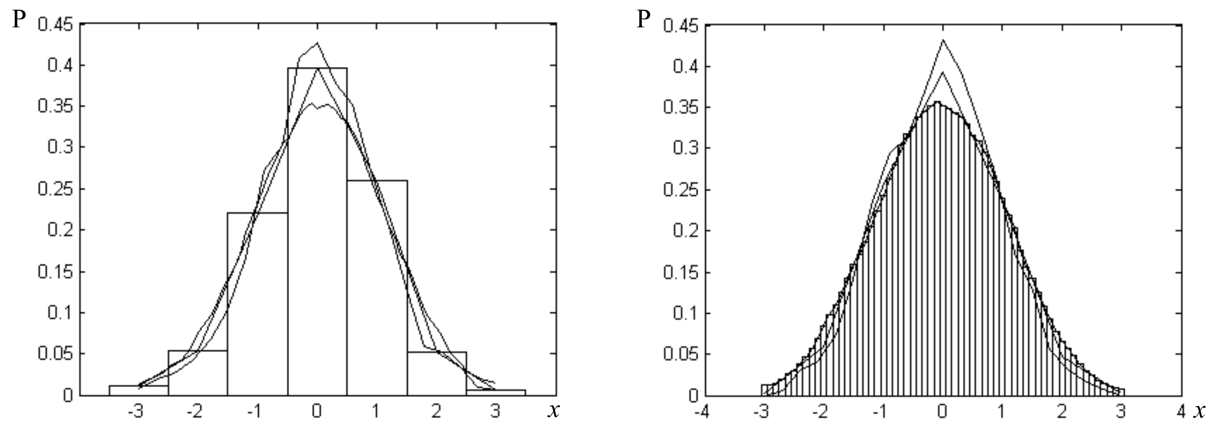

Рисунок 2. Ширина группировки интервалов и переменная разрешающая способность

Не имея истинных оценок, при использовании многократного оценивания с различными интервалами группировки перекрытия интервалов, можно определить область компромисса по графику.

Для использования цепей Маркова в идентификации моделей САУ ГТД необходимо рассмотреть взаимосвязь матрицы вероятностей переходов с основными статистическими свойствами сигналов. При анализе стационарных случайных процессов текущие вероятности состояний принимают финальные значения. Поэтому оценка плотности распределения в виде гистограммы должна совпадать с оценкой распределения как вектора финальных стационарных вероятностей.

3. Идентификация марковской модели на примере ГТД

Марковская модель как стохастическая система может передавать основной вид нелинейности и структуру исследуемой модели [7,8]. Размерность марковской модели определяется структурой детерминированной модели и видом возможной нелинейности. На рисунке 3 приведен пример расхода топлива на установившемся режиме работы ГТД. Видно, что расход топлива меняется со временем.

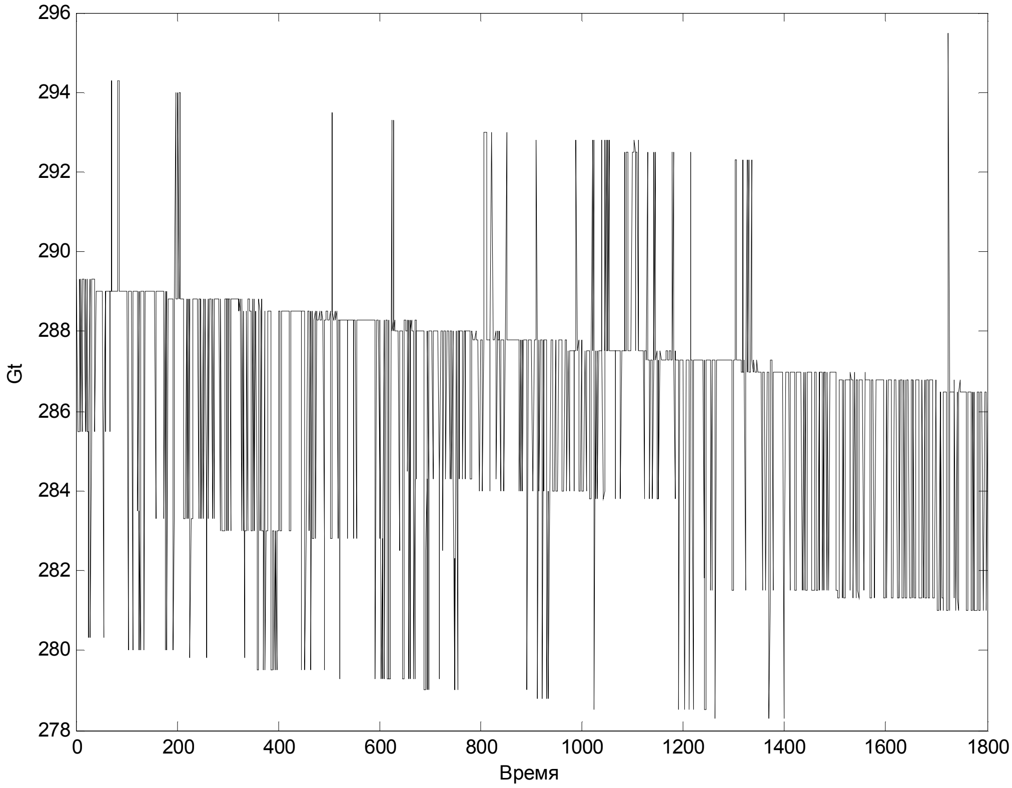

Рисунок 3. Реализация исходного процесса (G_t) расхода топлива

Построения матриц вероятностей переходов состояний для САУК ГТД проводится в среде технических вычислений Matlab.

Моделирование марковских процессов включает в себя следующие шаги: дискретизацию состояния и управления по уровню, статистическое оценивание матрицы вероятностей переходов, задание начального распределения вероятностей состояний, вычисление функции распределения по данному управлению и пошаговую генерацию состояний при заданном распределении.

Важно отметить, что сумма элементов матриц по каждой строке равна единице, независимо от их числа. Сложность заключается в обработке таких матриц, так как порядок элементов в матрице может сильно разниться. Следовательно, к подобным матрицам нельзя применять масштабирование без потерь точности.

Рассматривается алгоритм идентификации позволяющий описывать марковскую модель любого порядка с произвольным числом состояний и управлений. На каждом шаге моделирования вычисляется распределение вероятностей на выходе системы, затем определяется математическое ожидание выходного сигнала. Введение плотности распределения в матрице вероятностей перевода детерминированных моделей позволяет использовать «грубую» дискретизацию по уровню без потери точности.

В общем случае выбор числа уровней квантования для состояний и управлений представляет собой самостоятельную задачу, связанную с адекватным отображением информации о динамике объекта с учетом интерполяции.

На рисунке 4 представлена двухмерная модель матрицы вероятностей переходов, полученная из реализации исходного процесса. Такое представление информации не всегда дает инженеру ясную картину событий. Поэтому в этом случае предлагается использовать трехмерное представление матрицы вероятностей переходов, поскольку плоскость в 3D-пространстве точно описывает исходные данные (см. рисунок 5).

Задача идентификации параметров нестационарных динамических объектов усложняется с увеличением порядка модели и числа управляющих воздействий.

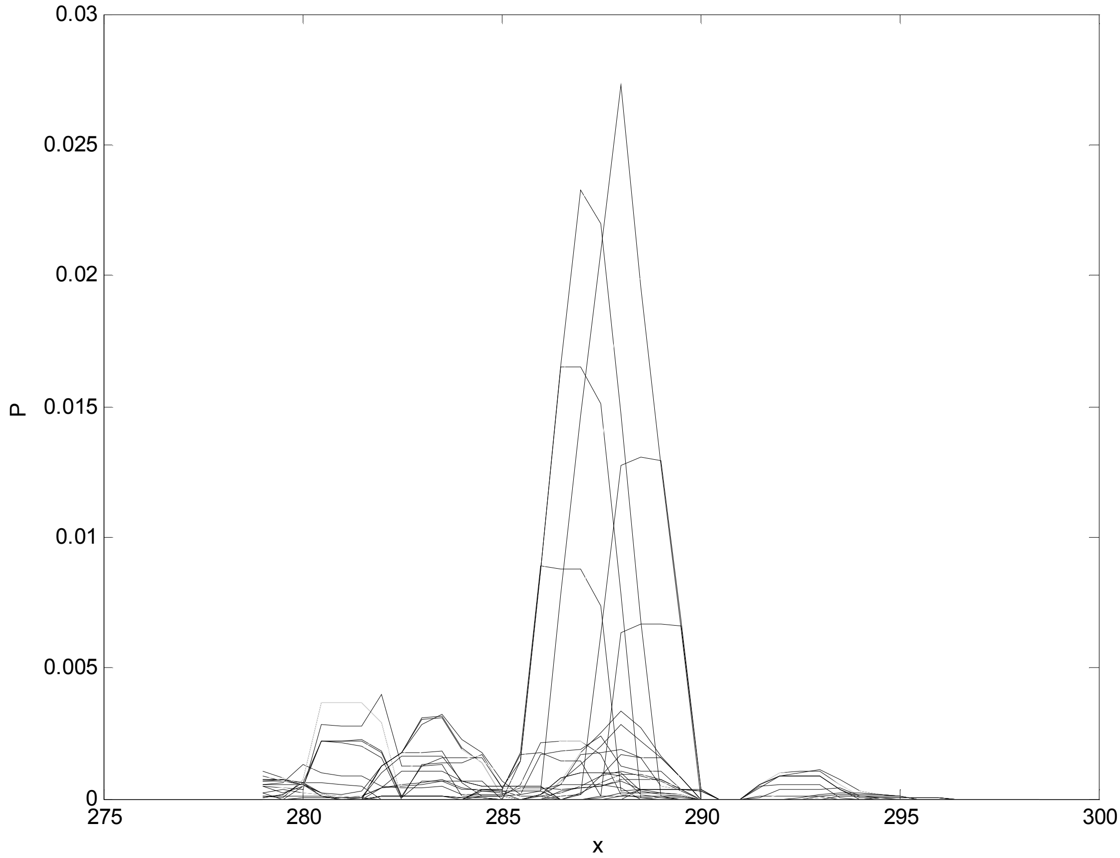

Рисунок 4. 2-D модель матрицы вероятностей переходов

Для этого предлагается использовать принцип распараллеливания по данным, поскольку вычисление элемента матрицы переходных вероятностей не зависит от соседних элементов. В работе применяется параллелизм на уровне подсчета строк, столбцов и блоков матрицы, где различные исполняемые модули выполняют свой программный код над своим набором данных. Данный подход позволяет сбалансировать загрузку вычислительных модулей кластера или суперкомпьютера.

Ниже приводятся характеристики параллельных вычислений относительно однопроцессорных систем. Предполагается выбор некоторого компромиссного варианта с учетом желаемых показателей ускорения и эффективности.

Ускорение параллельного алгоритма в системе из 50 процессоров составляет:

$$S_p = \frac{t_1}{t_p} = 18\ldots20\,.$$

Эффективность параллельного алгоритма приблизительно равна

$$E_p = \frac{S_p}{p} \approx 0,3...0,4\,.$$

Кроме того, возможно подключить к среде технических вычислений Matlab пакет Parallel Computing Toolbox, который упрощает процесс разработки приложений, предназначенных для работы с большими выборками данных.

После первичной обработки данных и оценивания марковских моделей на кластере или суперкомпьютере дальнейший анализ моделей проводится на персональной вычислительной технике или графических станциях [10].

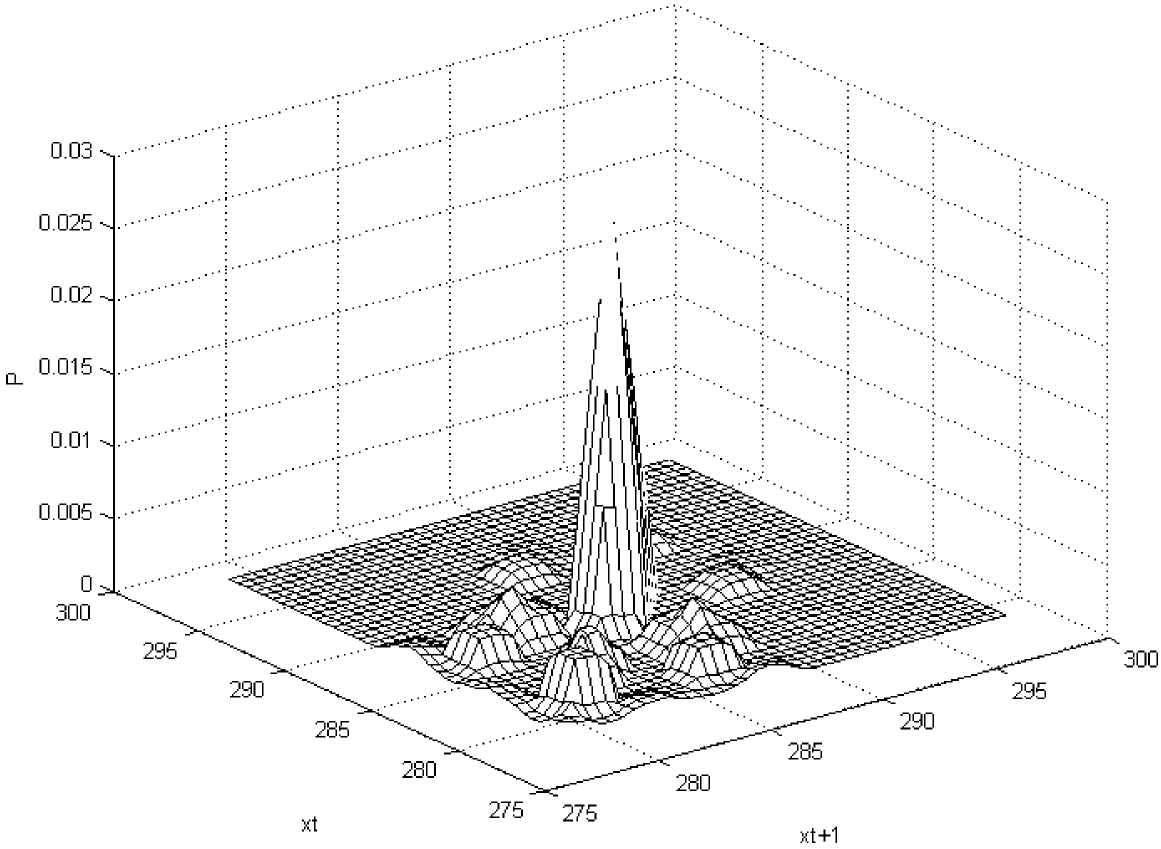

Рисунок 5. 3-D модель матрицы вероятностей переходов

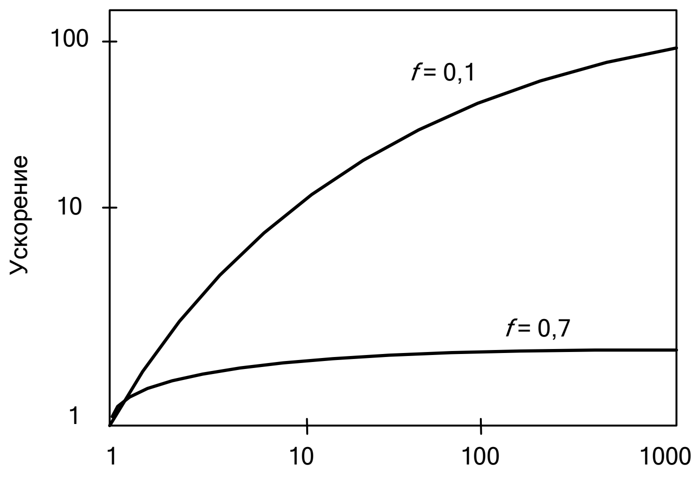

Рисунок 6. Ускорение параллельного алгоритма идентификации марковских моделей в зависимости от доли последовательных операций *f* и числа процессоров

Заключение

Новизна результатов заключается в представлении матрицы вероятностей переходов и оптимальным выбором длины интервала группировки гистограммы и перекрытия интервалов, которые позволяют найти компромисс между случайными и систематическими ошибками. Результаты являются актуальными в свете того, что существующие методы идентификации и их программная реализация в виде статистических пакетов программ по-прежнему реализуют алгоритмы обработки, созданные для аналоговой техники и вычислительных машин второй половины XX века и вопрос о критериях выбора «наилучших» оценок остается открытым.

Метод графической идентификации марковских моделей нестационарных динамических объектов позволяет автоматизировать массовую обработку экспериментальных данных САУК ГТД за счет параллельных вычислений и дает возможность сократить сроки экспериментальной доводки САУК, а также создает предпосылки к переходу к эксплуатации по состоянию.

Список литературы

1. Срагович В.Г. Адаптивное управление.– М.: Наука, 1981.
2. Куликов Г.Г. Быстросчетная динамическая модель ГТД с переменными коэффициентами// Оптимизация многомерных систем управления газотурбинных двигателей летательных аппаратов: Системный подход/ Под ред. А.А.Шевякова и Т.С.Мартьяновой. М.: Машиностроение, 1989. С. 81–88.
3. Куликов Г.Г., Флеминг П.Дж., Брейкин Т.В., Арьков В.Ю. Марковские модели сложных динамических систем: идентификация, моделирование и контроль состояния (на примере цифровой САУ ГТД). Уфа: УГАТУ, 1998.– 104 с.
4. Куликов Г.Г., Арьков В.Ю., Брейкин Т.В. Марковское моделирование динамических объектов для полунатурных испытаний // Известия РАН. Теория и системы управления, №2, 2000. С.124–128.
5. Куликов Г.Г., Арьков В.Ю., Брейкин Т.В. К вопросу о применении моделей Маркова в полунатурных стендах для испытания САУ ГТД // Известия вузов. Авиационная техника, 2000, № 1.– С.50–53.
6. Arkov V., Kulikov G., Breikin T. Optimal spectral resolution in system identification, Automatica, 39, 2003.- pp.661–668.
7. Kulikov G.G. and Thompson H.A., eds. Dynamic modelling of gas turbines: identification, simulation, condition monitoring, and optimal control , London, New York, Springer, 2004.
8. Kulikov G., Arkov V., Lyantsev O., etc. Dynamic modelling of gas turbines: identification, simulation, condition monitoring, and optimal control / G. Kulikov and H. Thompson, eds., London, New York, Springer, 2004.
9. Арьков В.Ю., Куликов Г.Г. Квазиоптимальная идентификация систем управления методами спектрального анализа // Мехатроника, автоматизация, управление, 2005, № 8.– С.8–12.
10. Breikin T.V., Arkov V.Y., Kulikov G.G. Application of Markov chains to identification of gas turbine engine dynamic models // International Journal of Systems Science, Vol. 37, No. 3, February 2006.– p. 197–205.