ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИ АНАЛИЗЕ И СИНТЕЗЕ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ

Д.Ю. Муромцев, И.Я. Муромцева
Тамбовский Государственный Технический Университет
Россия, 392000, Тамбов, ул. Советская, 106
E-mail: crems@crems.jesby.tstu.ru

Для оперативного решения задач анализа и синтеза энергосберегающего управления на множестве состояний функционирования используется принцип максимума и метод синтезирующих переменных. При решении задач синтеза энергосберегающего управления в реальном времени для повышения быстродействия систем энергосберегающего управления разработан подход синтеза энергосберегающего управления, основанный на параллельных вычислениях.

PARALLEL COMPUTING AT THE ANALYSIS AND SYNTHESIS OF ENERGYEFFICIENT MANAGEMENT / D.Ur. Muromtsev, I.Ya. Muromtseva (Tambov State Technical University, Sovetskaya St, 106, Tambov, 392000, Russia). For operative solving of tasks of analysis and synthesis of energy-efficient management on the basis of set of function states, the principle of the maximum and method of synthesizing variables are used. When solving tasks of synthesis of energy-efficient management in real-time for rising speed of operation of systems of energy-efficient management, an approach of synthesis of energy-efficient management based on parallel computing was developed.

Введение

Важнейшей проблемой человечества является экономия энергоресурсов. В связи с ростом цен на электроэнергию и топливо, усилением конкурентной борьбы между фирмами, производящими энергоемкое оборудование, транспортные средства и другие машины, а также учитывая сложность социально-экономической обстановки, актуальность задач экономии и рационального использования энергоресурсов с каждым годом возрастает [1-3]. Теоретические исследования и практические результаты показывают, что при оптимальном управлении уменьшение затрат энергии (расхода топлива) может достигать от 10 % до 40 % по сравнению с традиционно используемыми управляющими воздействиями.

Серьезными проблемами при решении задач энергосберегающего управления объектами являются: определение всех возможных видов функции оптимального управления, соотношений для расчета их параметров и проверки выполнения условий существования решения задачи управления для конкретных числовых исходных данных.

1 Постановка задачи оптимального энергосберегающего управления

Широкое внедрение систем энергосберегающего управления (СЭУ) существенно сдерживается разработкой их алгоритмического обеспечения, для создания которого требуется использовать результаты полного анализа задач оптимального управления (ЗОУ) и анализа на множестве состояний функционирования (МСФ). Для сокращенного обозначения различных ЗОУ вводится понятие модели ЗОУ в виде следующего кортежа K

$$K =< M, F, S, O >, \tag{1.1}$$

здесь $M-$модель динамики объекта, $F-$минимизируемый функционал, $S-$стратегия реализации оптимального управления (ОУ), $O-$ограничения.

Под полным анализом ЗОУ, характеризуемой конкретной моделью (1.1), понимается комплекс исследований, включающий: получение условий существования решения ЗОУ для любых задаваемых исходных данных; определение всех возможных видов функций ОУ; разработку алгоритма определения вида функции ОУ для задаваемого массива исходных данных; получение соотношений для расчета параметров всех возможных функций ОУ; получение формул для расчета траекторий изменения фазовых координат для всех видов функций ОУ; получение соотношений для решения обратных задач.

В общем виде простейшая задача энергосберегающего управления может быть сформулирована следующим образом.

Задаются: модель динамики объекта (M), например, в виде системы линейных дифференциальных уравнений

$$\overset{\circ}{z} = Az(t) + Bu(t), \quad t \in [t_0, t_к] \tag{1.2}$$

условия и ограничения (O) на изменения вектора фазовых координат z и управление u

$$z(t = t_0) = z^0 = \left(z_1^0, z_2^0, ..., z_n^0\right)^т, \qquad z(t = t_к) = z^к = \left(z_1^к, z_2^к, ..., z_n^к\right)^т, \tag{1.3}$$

$$\forall t \in [t_0, t_к]: \quad u(t) \in [u_н, u_в], \tag{1.4}$$

минимизируемый функционал (F)

$$I = \int_{t_0}^{t_к} f_0(u(t))dt. \tag{1.5}$$

Здесь A, B - матрицы параметров модели динамики; $t_0, t_к -$ начало и конец временного интервала управления; $z^0, z^к -$начальное и конечное значения вектора z; $u_н, u_в -$нижняя и верхняя границы изменения управления (в данной задаче скалярное); n – размерность вектора z.

Требуется для задаваемого массива исходных данных (реквизитов задачи)

$$R = \left(A,\, B,\, u_н,\, u_в,\, z^0,\, z^к,\, t_0,\, t_к\right) \tag{1.6}$$

определить такое управление $u^*(t)$, которое при выполнении условий и ограничений (1.3), (1.4) доставляет минимум функционалу (1.5).

Функция $f_0(u(t))$ определяет вид функционала и при минимизации затрат энергии записывается в виде [4,5]

$$I_э = \int_{t_0}^{t_к} u^2(t)dt, \tag{1.7}$$

а в случае расхода топлива

$$I_т = \int_{t_0}^{t_к} |u(t)|dt. \tag{1.8}$$

Задача (1.2) – (1.5) представляет собой ЗОУ с ограничением на управление, фиксированным временным интервалом и закрепленными концами траектории изменения вектора фазовых координат. В качестве первой компоненты вектора z применительно к тепловым объектам обычно рассматривается усредненная температура нагреваемого (охлаждаемого) тела, в качестве второй – скорость изменения температуры и т.д. Для объектов управления с электронагревом, а также машин с электроприводом управление u обычно представляет собой электрическое напряжение или силу тока, для других объектов это может быть расход сжигаемого топлива или теплоносителя (хладоагента).

Наряду с задачей (1.2) – (1.5) известно большое число других постановок задач оптимального управления. Применительно к энергосберегающему управлению динамическими объектами наибольший интерес представляют следующие задачи.

1. Задачи, в которых временной интервал управления $[t_0, t_к]$ не фиксирован, а время $t_к$ задается интервальным значением или ограничено, т.е.

$$t_к \in [t_{к,н},\; t_{к,в}], \text{ или } t_к \le t_{к,доп.}, \tag{1.9}$$

где $t_{к,н}, t_{к,в}$ - нижняя и верхняя границы значений $t_к$ соответственно, $t_{к,доп.} -$ допустимое значение $t_к$.

2. Задачи с интегральным ограничением на управление, в этом случае задается допустимый лимит использования электроэнергии ($I_{э,доп.}$) или запас топлива ($I_{т,доп.}$), т.е.

$$\int_{t_0}^{t_к} u^2(t)dt \le I_{э,\text{доп.}}\ , \tag{1.10}$$

$$\int_{t_0}^{t_к} |u(t)|dt \le I_{т,\text{доп.}}\ . \tag{1.11}$$

3. Задачи с комбинированными функционалами, например, минимизируются затраты энергии и время

$$I_{э+б} = \int_{t_0}^{t_к} (c_б + u^2(t))dt \to \min_{u,t_к}, \tag{1.12}$$

расход топлива и время

$$I_{т+б} = \int_{t_0}^{t_к} (c_б + |u(t)|)dt \to \min_{u,t_к}, \tag{1.13}$$

расход топлива (управление $u_т$) и затраты энергии (управление $u_э$) для гибридных объектов

$$I_{т+э} = \int_{t_o}^{t_к} (c_т|u_т(t)| + c_э u_э^2(t))dt \to \min_{u_т,u_э} \tag{1.14}$$

и т.д. Здесь $c_б$, $c_э$, $c_т$ – соответствующие весовые коэффициенты.

4. Задачи с дополнительными ограничениями на траектории $z(\cdot)$ изменения фазовых координат, например, скорость изменения температуры не должна превышать допустимого значения. Это ограничение может быть записано в виде

$$z(\cdot) = (z(t), t \in [t_0, t_к]) \in Z(\cdot), \tag{1.15}$$

где $Z(\cdot)$ - допустимая область изменения траекторий фазовых координат.

5. Задачи с частично закрепленным правым концом $z^к$ траектории изменения фазовых координат (1.3), например, для теплового аппарата первая компонента вектора z – температура может быть закреплена (или задана интервально), а вторая – не закреплена.

Для решения задачи выделяют возможные стратегии реализации ОУ:

- определение оптимальной программы

$$u^*(\cdot) = (u^*(t),\ t \in [t_0, t_к]), \tag{1.16}$$

- определение синтезирующей функции для систем управления с обратной связью, т.е.

$$u^*(t) = s(z(t),\ t_к - t), \tag{1.17}$$

здесь $u^*(t)$ в каждый момент времени рассчитывается в зависимости от текущего значения вектора фазовых координат и остаточного времени.

2 Метод синтезирующих переменных

Для выполнения полного анализа ОУ на множестве состояний функционирования используются принцип максимума и метод синтезирующих переменных.

Метод синтезирующих переменных предполагает введение некоторого синтезирующего вектора, размерность которого значительно меньше размерности массива исходных данных для численного решения ЗОУ, который однозначно определяет вид и параметры функции ОУ [6].

Большое значение для оперативного решения ЗОУ (1.2) – (1.6) имеет установление соответствия между функцией ОУ $u_j^*(t/d)$ и массивом данных R, т.е. определения вида j и массива параметров d функции ОУ по значениям компонентов массива R. Для получения такого соответствия вводится понятие вектора синтезирующих переменных l и массива синтезирующих параметров λ, которые образуют синтезирующий вектор L и зависят от компонентов массива реквизитов R. Значение вектора L изменяется на временном интервале управления $[t_0, t_к]$ с изменением значений $z(t)$ и остаточного времени $t_к - t$. Вместе с тем значения l и λ могут скачкообразно изменяться в моменты времени смены состояний функционирования [7].

Определение 1. Вектор переменных l и массив параметров λ называются синтезирующими, если они однозначно определяют вид и параметры ОУ задачи (1.2) – (1.5) для заданного массива реквизитов (1.6), пространство значений l называется синтезирующим пространством, а пространство значений $L = (l, \lambda)$ – расширенным синтезирующим пространством.

Пусть для конкретного функционала (1.5) имеется v видов функций ОУ. Функции $u_i^*(t)$ и $u_j^*(t)$, $i, j \in \{1,...v\}$ могут различаться числом интервалов непрерывности (моментов переключения) и т.д.

Определение 2. Область значений вектора L, для которых задача (1.2) – (1.5) имеет решение при функции управления $u_j^*(t)$, называется областью существования ОУ j-го вида, обозначим ее K_j, $j = \overline{1, v}$. Объединение областей K_j образует область K существования решения задачи (1.2) – (1.5), т.е. $K = \bigcup_{j=1}^{v} K_j$. Области, соответствующие областям K и K_j в синтезирующем пространстве для фиксированных значений λ, обозначим K^λ и K_j^λ; таким образом, области K и K_j строятся в пространстве компонент синтезирующего вектора L, а K^λ и K_j^λ являются их сечениями.

Области K^λ и K представляют собой разновидности множеств достижимости [5]. Граничные поверхности областей K и K^λ обозначим соответственно P и P^λ. в основе метода синтезирующих переменных лежат следующие теоремы [6].

Утверждение. Если в ЗОУ (1.2) – (1.5) а) собственные значения матрицы A вещественные, б) для рассматриваемого функционала (1.5) управление $u^*(\cdot)$ (в случае его существования) единственно, то n-вектор

$$l = (l_1;...;l_n)^{т} = \frac{1}{b}\left(z^{к} - e^{A(t_к - t_1)} z^0\right) \tag{2.1}$$

и массив $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_m)$, $m \le n$ собственных значений матрицы A являются синтезирующими, при этом поверхность P^λ задается уравнениями

$$l_n = u_{в} \int_{t_0}^{\tau_1'(L_{n-1})} \Phi_{n,n}(t_к - t)dt + u_{н} \int_{\tau_1'(L_{n-1})}^{\tau_2'(L_{n-1})} \Phi_{n,n}(t_к - t)dt + u_{гр}' \int_{\tau_{n-1}'(L_{n-1})}^{t_к} \Phi_{n,n}(t_к - t)dt; \tag{2.2}$$

$$l_n = u_{н} \int_{t_0}^{\tau_1''(L_{n-1})} \Phi_{n,n}(t_к - t)dt + ... + u_{гр}'' \int_{\tau_{n-1}''(L_{n-1})}^{t_к} \Phi_{n,n}(t_к - t)dt; \tag{2.3}$$

$$L_{n-1} = (l_1;...l_{n-1};\lambda); \tag{2.4}$$

$$l_i \in \left[l_i^{н}(L), l_i^{в}(L)\right], \tag{2.5}$$

причем значениям $L \in P \subset K$ (за исключением значений L, принадлежащих (2.2) и (2.3) одновременно с учетом границ (2.5)) соответствуют управления вида оптимального быстродействия, т.е.

$$u^*_{б'}(t)=\begin{cases} u_{в},\ t\in[t_0;\ \tau_1^{'});\\ u_{н},\ t\in[\tau_1^{'(")};\ \tau_1^{'});\\ \quad\cdots\\ u'_{гр},\ t\in[\tau_{1n-1}^{'};\ t_{к});\end{cases}\quad u'_{гр}=\begin{cases}u_{н}\ \text{при}\ n-\text{четном},\\ u_{в}\ \text{при}\ n-\text{нечетном}.\end{cases}\tag{2.6}$$

или

$$u^*_{б''}(t)=\begin{cases} u_{н},\ t\in[t_0;\ \tau_1'');\\ u_{в},\ t\in[\tau_1'';\ \tau_2'');\\ \quad\cdots\\ u''_{гр},\ t\in[\tau_{n-1}'';\ t_{к});\end{cases}\quad u''_{гр}=\begin{cases}u_{в}\ \text{при}\ n-\text{четном},\\ u_{н}\ \text{при}\ n-\text{нечетном},\end{cases}\tag{2.7}$$

здесь $\tau_1'(L_n-1),\ \tau_1''(L_n-1)$ – функции значений массива (L_n-1), определяемые из уравнений (2.6), (2.7); $\Phi_{n,n}(t_{к}-t)$– элемент матрицы exp $[A(t_{к}-t)]$; $l_i^{н(в)}(L)$ – границы изменения l_i в уравнениях (2.2), (2.3).

Действительно, вектор l, определяемый (2.1), легко преобразуется в вектор

$$V(t_{к}-t_0)=\int_{t_0}^{t_{к}} e^{-At}b\,u(t)dt\,,\tag{2.8}$$

используемый при определении множества достижимости в фазовом пространстве. Для этого достаточно положить $t_0=0, z_i^{к}=0,\ i=\overline{1,n}$ и умножить l на $be^{-At_{к}}$. Таким образом, с помощью l можно задавать множество значений $z(t_0)=z^0$, из которых достигаются $z(t_{к})=z^{к}$ за время управления $t_{к}-t_0$.

Заметим, что при выполнении условия а) имеет место

$$e^{At}=\sum_{k=1}^{s}\sum_{i=0}^{m_k-1} t^i\,e^{\lambda_k t}\chi_{ki}\,,$$

здесь $\lambda_k,\ k=\overline{1,s}$ – различные собственные значения матрицы A; m_k – кратность λ_k как нуля минимального многочлена A; χ_{ki} – матрицы с постоянными элементами, зависящими только от A.

Предположим, что некоторому значению $\bar{l}\in k$ соответствует два управления $u_1^*(\cdot)$ и $u_2^*(\cdot)$, обеспечивающих перевод из z_0 в $z_{к}$ за время $(t_{к}-t_0)$ и различающихся видом функции $u_i^*(\cdot)$ или значениями ее параметров. Однако в силу условия б) для конкретного функционала J это невозможно, поэтому вектор l и массив λ с учетом (2.8) являются синтезирующими.

Существование ОУ видов (2.6), (2.7) для задачи (1.2) – (1.5) известно [5].

Справедливость (2.2), (2.3) для уравнений (2.6), (2.7) можно показать, записав уравнение Коши для первых $(n-1)$ – компонент вектора z. В этом случае для управления (2.6) получаем следующую систему $(n-1)$ уравнений:

$$l_i=u_{в}\int_{t_0}^{\tau_1}\Phi_{i,1}(t_{к}-s)ds+u_{н}\int_{\tau_1}^{\tau_2}\Phi_{i,1}(t_{к}-s)ds+u'_{гр}\int_{\tau_{n-1}}^{t_{к}}\Phi_{i,1}(t_{к}-s)ds,\ i=\overline{1,n-1}.\tag{2.9}$$

Решая данные уравнения относительно $\tau_i, i=\overline{1,n-1}$, получаем

$$\tau_i=f_i(l_1,\ldots,l_{n-1};\lambda),\ i=\overline{1,n-1}.\tag{2.10}$$

Подставив (2.10) с учетом (2.5) в уравнение вида (2.9) при $i=n$, приходим к (2.2). Аналогично, с использованием уравнения (2.7) получаем уравнение (2.3).

Интервалы (2.5) изменения $l_i, i=\overline{1,n}$ получаются подстановкой пределов изменения τ_i в функции (2.10).

То, что поверхность P, задаваемая уравнениями (2.2), (2.3), является поверхностью области K можно показать используя прием, с помощью которого доказывается теорема о n интервалах [8]. В соответствии с этим приемом, если значению l соответствует управление $u_б^*(\cdot)$ (см. (2.6) или (2.7), то для того же или меньшего времени $t_к - t_0$ и равенства других компонентов R не существует другого вида управления, обеспечивающего перевод объекта из z^0 в $z^к$. Из (2.1), (2.8) видно, что с увеличением $t_к - t_0$ при прочих равных условиях значения компонент вектора l уменьшаются. Следовательно, на поверхности P может иметь место лишь управление вида $u_б^*(\cdot)$. Полученный результат о поверхности P следует также из леммы о границе области достижимости.

Следствие 1. Область K^λ, ограниченная поверхностью P^λ, выпукла, симметрична относительно начала координат, замкнута и «растет» с увеличением временного интервала $t_к - t_0$ и параметра b, а также расширением границ управления.

Данные свойства вытекают из «подобия» области K и множества достижимости. Выпуклость K^λ легко показать, рассматривая линейную комбинацию значений L, т.е. если $L', L'' \in K^\lambda$, то и $[\mu L' + (1-\mu) L''] \in K^\lambda$, $\mu \in [0,1]$. Для симметричности K^λ должно выполняться условие, если $L' \in K$, то и $-L' \in K^\lambda$. Замкнутость K и K^λ показывается аналогично замкнутости множества достижимости [5]. Последнее свойство понимается в том случае, что если $t_к' - t_0 > t'' - t_0$, то $K^\lambda(t_к'') \subset K^\lambda(t_к')$ и т.д.

Следствие 2. Вектор l и массив λ однозначно определяют вид и параметры ОУ при следующих наиболее распространенных в практических задачах энергосберегающего управления функционалах

$$I_э = \int_{t_0}^{t_к} u^2(t) dt \to \min, \quad I_т = \int_{t_0}^{t_к} |u(t)| dt \to \min,$$

$$I_{кв} = \int_{t_0}^{t_к} \left(\sum_{i=1}^{n} c_i z_i^2(t) + c u^2(t) \right) dt \to \min, \tag{2.11}$$

$$I_б = t_к - t_0 \to \min, \; I_{бт} = c(t_к - t_0) + \int_{t_0}^{t_к} |u(t)| dt \to \min.$$

Для функционалов $I_т, I_{бт}$ следствие 2 справедливо в областях K_j, где оптимальное управление единственно; для областей, в которых управление не единственно, l и λ задают параметры одного из возможных видов оптимального управления.

Использование метода синтезирующих переменных при решении анализа позволяет представлять результаты по конкретной модели ЗОУ в комплексном виде, т.е. эти результаты можно оперативно использовать в последующем для любых значений исходных данных во всех задачах с одинаковой моделью, функционалом и стратегией реализации ОУ.

3 Синтез энергосберегающего управления, основанный на параллельных вычислениях

В процессе реальной эксплуатации объектов могут существенно изменяться компоненты модели ЗОУ $<M, F, S, O>$, например, вид модели динамики, вид функционала или стратегии, такие изменения будем называть изменениями состояний функционирования. Если при изменении значений массива исходных данных модель ЗОУ сохраняется, то пересчет управления происходит с использованием соотношений, полученных при полном анализе одной ЗОУ. В случае изменения компонентов «четверки» $<M, F, S, O>$ для расчета нового ОУ требуется переход к результатам полного анализа другой ЗОУ. Если на этапе разработки СЭУ выявлены все возможные ситуации при эксплуатации объекта и соответствующие модели ЗОУ, а также выполнен полный анализ для этих задач, то будем говорить, что выполнен анализ ЗОУ на множестве состояний функционирования (МСФ). Элементами этого множества, обозначим его $\mathcal{H}$, являются значения переменной состояния функционирования h. Конкретному значению h соответствует определенная модель ЗОУ в виде четверки. Таким образом, анализ ЗОУ на МСФ предполагает введение множества $\mathcal{H}$, учитывающего возможные ситуации в процессе длительной эксплуатации СЭУ, составление массива моделей ЗОУ, соответствующего множеству $\mathcal{H}$, выполнение полного анализа для этих моделей ЗОУ, определение класса ЗОУ на МСФ и построение модели изменения переменной h.

При решении задач синтеза энергосберегающего управления в реальном времени возникают две серьезных проблемы вычислительного характера. Первая проблема связана с большим числом возможных функций ОУ. Анализ ЗОУ с функционалом затраты энергии показывает, что даже в случае использования простейших моделей динамики в виде линейных дифференциальных уравнений третьего порядка при скалярном управлении число возможных видов функций ОУ более двадцати [9,10]. Если объект, динамика которого описывается дифференциальным уравнением второго порядка, имеет два входа (простейшая MIMO-система), то число видов функций ОУ более сорока. Поэтому определение вида функции ОУ для задаваемого массива исходных данных представляет сложную задачу. В процессе реальной эксплуатации объекта происходят изменения режимов работы, ограничений на переменные и т.п. Это требует оперативного пересчета управления, т.е. определения вида функции ОУ и ее параметров для новых исходных данных.

Вторая проблема обусловлена мощностью множества $\mathcal{H}$. Для многих энергоемких объектов, работающих в широком диапазоне изменения фазовых координат и имеющих многоцелевое назначение, число различных состояний функционирования может достигать десятков и сотен. Поэтому требуется решать задачу не только идентификации новых состояний, но и оперативно определять вид функции ОУ и рассчитывать ее параметры для нового состояния функционирования. Как правило, расчет параметров функции ОУ связан с решением системы нелинейных уравнений.

Для повышения быстродействия СЭУ разработан подход синтеза энергосберегающего управления, основанный на параллельных вычислениях. Используя данный подход, расчет ОУ при изменившихся исходных данных выполняется в следующей последовательности.

1. Для задаваемых (в том числе изменившихся) исходных данных, необходимых при численном решении ЗОУ, рассчитывается базовая функция управления $\bar{u}(t)$, которая может иметь место при отсутствии ограничения вида

$$\forall t \in [t_0, t_{\text{к}}]: \quad u(t) \in [u_{\text{н}}, u_{\text{в}}], \tag{3.1}$$

здесь $t_0, t_{\text{к}}$ - начало и конец временного интервала управления; $u_{\text{н}}, u_{\text{в}}$ - границы изменения управления. Как правило, расчет параметров $\bar{u}(t)$ производится и по конечным формулам и не вызывает серьезных трудностей.

2. Проверяется выполнение ограничения (3.1), если оно выполняется, то $\bar{u}(t)$ является оптимальным управлением, т.е. $\bar{u}(t) = u^*(t)$, и задача синтеза ОУ считается решенной.

3. Если ограничение (3.1) не выполняется, то формируется подмножество альтернативных видов функций ОУ $\{u_i(t),\ i = \overline{1,n}\}$.

4. Используя результаты полного анализа ЗОУ, параллельно проводятся расчеты параметров для всех альтернативных видов функций ОУ. Если при задаваемых исходных данных решение ЗОУ существует, то одна из систем уравнений будет решена, в результате будет определен вид и параметры функции ОУ $u_j^*(t)$.

5. Если решение ЗОУ при задаваемых исходных данных не существует, то формируется множество альтернативных вариантов данных (увеличивается время $t_к$, изменяется конечное значение компонентов вектора фазовых координат и т.д.).
6. Проводятся параллельные вычисления для альтернативных вариантов исходных данных, и определяется квазиоптимальное энергосберегающее управление. При этом используются соотношения, необходимые для решения обратных задач.

Заключение

Данный подход синтеза энергосберегающего управления, основанный на параллельных вычислениях, использован при проектировании алгоритмического обеспечения систем энергосберегающего управления тепловыми аппаратами и машинами с электроприводами и способствует значительному повышению быстродействия работы подобного рода систем.

Список литературы

1. Кириллин, В.А. Энергетика. Главные проблемы / В.А. Кириллин. – М.; Энергетика, 1985. – 87 с.
2. Рэй, Д. Экономия энергии в промышленности / Д. Рэй ; пер. с англ. – М., 1985. – 212 с.3.
3. Ядыкин, И.Б. Вопросы системного проектирования автоматизированных систем учета энергоресурсов / И.Б. Ядыкин // Системные проблемы качества, математического моделирования и информационных технологий. Материалы Международной конференции Российской науч. шк. Ч. 7. Москва; НИИ "Автоэлектроника", 1999. – С.124 – 126.
4. Степанов, В.С. Анализ энергетического совершенства технологических процессов / В.С. Степанов. – Новосибирск : Наука, 1984. – 85 с.
5. Сажин, Б.С. Эксергетический метод в химической технологии / Б.С. Сажин, А.П. Булеков. – М. : Химия, 1992. – 208 с.
6. Муромцев, Ю.Л. Метод синтезирующих переменных при оптимальном управлении линейными объектами / Ю.Л. Муромцев, Л.И. Ляпин, Е.В. Сатина // Приборостроение: Изв. вузов. 1993. №11 –12. С.19 – 25.
7. Муромцев Ю.Л. Определение границ эффективности и работоспособности сложных систем / Ю.Л. Муромцев // Автоматика и телемеханика. 1988. №4. – С. 164 – 176.
8. Фельдбаум, А.А. Основы теорий оптимальных автоматических систем / А.А. Фельдбаум. – М. : Наука, 1966.
9. Козлов, А.И. Полный анализ задачи тройного интегратора / А.И. Козлов, Д.Ю. Муромцев // Автоматика и Телемеханика. 2005. № 1 . С. 3 – 12.
10. Математическая теория оптимальных процессов. 2-е изд. / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1969. – 384 с.