ОКРЕСТНОСТНЫЕ СИСТЕМЫ С ДИНАМИЧЕСКИМИ ОКРЕСТНОСТЯМИ

Шмырин А.М., Седых И.А., Корниенко Н.А., Шмырина Т.А.
Липецкий государственный технический университет
Россия, 398001, Липецк, ул. Московская, д. 30
E-mail: **amsh@lipetsk.ru**

Показано, что сети Петри, нейронные сети, транспортные сети являются разновидностями окрестностных систем, рассмотрены предложения по изменению структуры окрестностей.

THE NEIGHBOURHOOD'S SYSTEMS WITH THE DYNAMIC NEIGHBOURHOODS / Shmyrin A.M., Sedykh I.A., Kornienko N.A., Shmyrina T.A. (Lipetsk State Technical University, Moscovskaya st. 30, Lipetsk, 398001, Russia) It was demonstrated that the petri's nets, neuron's nets, transport's nets are the kinds of neighborhood's systems, it were considered the proposals for changing of neighborhood's structures.

Введение. При разработке моделей динамических систем возникает задача выбора адекватной математической модели, связанная со сложной структурой взаимосвязей между элементами системы, эволюцией объекта во времени, частичной неопределенностью. Перспективным направлением в моделировании сложных систем являются окрестностные модели [1-4], отличающиеся гибкостью описания с помощью окрестностей структуры связей между узлами системы. В [4] получены новые классы четких и нечетких недетерминированных динамических окрестностных моделей сетей Петри. Для улучшения значений показателя качества работы системы актуальным является разработка методики использования переменных окрестностей.

Требуется разработать рекомендации, позволяющие либо определить при данной структуре окрестности, обеспечивающие минимум критерия качества, либо оптимальную структуру связей системы.

1. Определение окрестностной модели. Окрестностная модель [4] в общем случае описывается набором $NS = (N, X, V, Y, Z, G, F, X[0])$, где:

1). $N = (A, O_x, O_v, O_y)$ – структура окрестностной модели, $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ – множество узлов, O_x – окрестности связей узлов по состояниям, O_v – окрестности связей узлов по управлениям, O_y – окрестности связей узлов по выходным воздействиям. Для каждого узла $a_i \in A$ определена своя окрестность по состояниям $O_x[a_i] \subseteq A$, управлениям $O_v[a_i] \subseteq A$ и выходам $O_y[a_i] \subseteq A$; $O_x = \bigcup_{i=1}^{n} O_x[a_i]$, $O_v = \bigcup_{i=1}^{n} O_v[a_i]$; $O_y = \bigcup_{i=1}^{n} O_y[a_i]$;

2). $X \in R^n$ – вектор состояний окрестностной модели в текущий момент времени;

3). $V \in R^m$ – вектор управлений окрестностной модели в текущий момент времени;

4). $Y \in R^l$ – вектор выходов окрестностной модели в текущий момент времени;

5). $Z \in \mathbf{R}_+^n$ – вектор временных задержек в узлах, где $\mathbf{R}_+$ – множество неотрицательных действительных чисел;

6). $G : X_{O_x} \times V_{O_v} \to X$ – функция пересчета состояний окрестностной модели (в общем случае недетерминированная), где X_{O_x} – множество состояний узлов, входящих в окрестность O_x, V_{O_v} – множество управлений узлов, входящих в окрестность O_v;

7). $F : X_{O_x} \times V_{O_v} \to Y$ – функция пересчета выходов окрестностной модели (в общем случае недетерминированная);

8). $X[0]$ – начальное состояние модели.

В частных случаях для различных дискретных моделей отдельные составляющие окрестностной модели могут отсутствовать.

Функции G и F могут быть произвольными, например линейными, билинейными, полиномиальными. В линейном случае G и F можно представить в виде системы линейных уравнений:

$$
(1)\quad \begin{cases} \sum\limits_{x \in O_x[t+1, a_i]} w_x[t+1, a_i, \alpha] x[t+1, \alpha] = \sum\limits_{x \in O_x[t, a_i]} w_x[t, a_i, \alpha] x[t, \alpha] + \sum\limits_{\beta \in O_v[t, a_i]} w_v[t, a_i, \beta] v[t, \beta] \\ \sum\limits_{y \in O_y[t+1, \gamma_i]} w_y[t+1, a_i, \gamma] y[t+1, \gamma] = \sum\limits_{x \in O_x[t, a_i]} w_x[t, a_i, \alpha] x[t, \alpha] + \sum\limits_{\beta \in O_v[t, a_i]} w_v[t, a_i, \beta] v[t, \beta] \end{cases},
$$

где $O_x[t+1, a_i]$, $O_x[t, a_i]$ – окрестности узла a_i по x соответственно в моменты времени $t+1$ и t, $O_v[t, a_i]$ – окрестность узла a_i по v в момент времени t, $O_y[t+1, a_i]$ – окрестность узла a_i по y в момент времени $t+1$, $a_i \in A$, $x[t+1,a_i] \in R^n$, $x[t,a_i] \in R^n$ – состояния в узле a_i модели соответственно в моменты времени $t+1$ и t, $v[t,a_i] \in R^m$ – вход в узле a_i модели в момент времени t, $y[t+1,a_i] \in R^l$ – выход в узле a_i модели в момент времени $t+1$, $w_x[t+1,a_i,\alpha] \in R^{c\times n}$, $w_x[t,a_i,\alpha] \in R^{c\times n}$, $w_v[t,a_i,\beta] \in R^{c\times m}$, $w_y[t+1,a_i,\gamma] \in R^{c\times l}$ – матрицы-параметры, $\alpha,\beta,\gamma \in A$.

Представим модель (1) в матричном виде. Определим матрицы:

$$W_x[t+1] = \begin{bmatrix} w_x[t+1,a_1,a_1] & w_x[t+1,a_1,a_2] & \dots & w_x[t+1,a_1,a_n] \\ w_x[t+1,a_2,a_1] & w_x[t+1,a_2,a_2] & \dots & w_x[t+1,a_2,a_n] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_x[t+1,a_n,a_1] & w_x[t+1,a_n,a_2] & \dots & w_x[t+1,a_n,a_n] \end{bmatrix};$$

$$W_x[t] = \begin{bmatrix} w_x[t,a_1,a_1] & w_x[t,a_1,a_2] & \dots & w_x[t,a_1,a_n] \\ w_x[t,a_2,a_1] & w_x[t,a_2,a_2] & \dots & w_x[t,a_2,a_n] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_x[t,a_n,a_1] & w_x[t,a_n,a_2] & \dots & w_x[t,a_n,a_n] \end{bmatrix};$$

$$W_v[t] = \begin{bmatrix} w_v[t,a_1,a_1] & w_v[t,a_1,a_2] & \dots & w_v[t,a_1,a_m] \\ w_v[t,a_2,a_1] & w_v[t,a_2,a_2] & \dots & w_v[t,a_2,a_v] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_v[t,a_n,a_1] & w_v[t,a_n,a_2] & \dots & w_v[t,a_n,a_m] \end{bmatrix};$$

$$W_y[t+1] = \begin{bmatrix} w_y[t+1,a_1,a_1] & w_y[t+1,a_1,a_2] & \dots & w_y[t+1,a_1,a_n] \\ w_y[t+1,a_2,a_1] & w_y[t+1,a_2,a_2] & \dots & w_y[t+1,a_2,a_n] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_y[t+1,a_n,a_1] & w_y[t+1,a_n,a_2] & \dots & w_y[t+1,a_n,a_n] \end{bmatrix}.$$

Тогда модель (1) будет иметь вид:

$$(2) \quad \begin{cases} W_x[t+1]\cdot X[t+1] = W_x[t]\cdot X[t] + W_v[t]\cdot V[t] \\ W_y[t+1]\cdot X[t+1] = W_x[t]\cdot X[t] + W_v[t]\cdot V[t] \end{cases}.$$

В случае, когда функции W и F являются нелинейными, модель (2) преобразуется к виду:

$$(3) \quad \begin{cases} W_x[t+1]\cdot X[t+1] = G(X[t],V[t]) \\ W_y[t+1]\cdot Y[t+1] = F(X[t],V[t]) \end{cases}.$$

В [2] показано, что сеть Петри является динамической недетерминированной окрестностной моделью $NS_{PN} = (N, X, V, W, X[0])$, причем система (2) в случае сети Петри принимает вид:

$$(4) \quad \begin{aligned} &\left[W_x^1[t+1] \;\; W_x^2[t+1]..W_x^m[t+1]\right]\cdot D\cdot X[t+1] = \\ &= \left[W_x^1[t] \;\; W_x^2[t]..W_x^m[t]\right]\cdot D\cdot X[t] + \left[W_v^1[t] \;\; W_v^2[t]..W_v^m[t]\right]\cdot D\cdot V[t] \end{aligned},$$

где $W_x^k[t+1] \in R^{n\times n}$, $W_x^k[t] \in R^{n\times n}$ – матрицы коэффициентов k-го слоя по состояниям в моменты времени $t+1$ и t соответственно, $W_v^k[t] \in R^{n\times n}$ – матрица коэффициентов k-го слоя по входам в момент времени t; $X[t+1] \in R^n$, $X[t] \in R^n$ – вектор состояний окрестностной системы в моменты времени $t+1$ и t соответственно; $V[t] \in R^n$ – вектор входов в момент времени t, $D \in R^m$ – случайный вектор, состоящий из нулей и одной единицы в позиции, соответствующей выбираемому слою k, по уравнениям которого происходит пересчет состояний узлов окрестностной модели в следующий момент времени $t+1$.

Время в окрестностной модели сети Петри является условной величиной и равно номеру такта функционирования модели. В (4) умножение блочной матрицы $[W^1[t] \;\; W^2[t]..W^m[t]]$ на вектор $D = [d_1 \;\; d_2 \;\; \dots \;\; d_m]^T$ происходит по следующему правилу:

$$\left[W^1[t] \;\; W^2[t]..W^m[t]\right]\cdot D = \sum_{k=1}^{m} W^k[t]\cdot d_k .$$

2. Использованием переменных окрестностей для некоторых типов систем.

2.1. Окрестностная модель сети Петри является динамической недетерминированной окрестностной моделью $NS_{PN} = (N, X, V, W, X[0])$ с переменными окрестностями (или слоями). На каждом такте функционирования системы происходит выбор слоя из некоторого множества активных слоев. По уравнениям выбранного слоя происходит пересчет состояний узлов окрестностной модели в следующий момент времени. Обобщая окрестностные модели сетей Петри, можно рассмотреть не только переменные окрестности (слои) в процессе функционирования системы, но и переменные связи внутри самой окрестности на каждом такте функционирования системы. Таким образом, управление функционированием системы может быть осуществлено как путём формирования вектора D из пункта 1 с использованием меры недетерминированности [4] (выбор окрестностей соответствует срабатыванию переходов), так и реализацией переменных связей внутри самих окрестностей, т.е. изменением матрицы инциденций R.

2.2. Нейронная сеть [5] может быть представлена в общем виде окрестностной моделью вида $W_y \cdot Y = F(V)$ или набором $NS_{NN} = (N, V, Y, F)$. В окрестностных моделях нейронных сетей (учитываются входящие в узел связи) можно рассмотреть как переменные окрестности узлов (переменные связи внутри самих окрестностей), так и изменение состава окрестностей узлов (т.е. ликвидацию или введение некоторых нейронов и, соответственно, их окрестностей) и даже слоёв нейронов. Таким образом, достижение минимума функционала качества работы системы может быть осуществлено за счёт изменения структуры модели, а значит и изменения матрицы инциденций.

2.3. Структура транспортной системы напоминает структуру нейронной сети с двумя слоями без скрытого слоя: входным и выходным без входного и выходного сигналов. Особенность транспортной системы с точки зрения окрестностного подхода состоит в независимом (в общем случае, одновременном) срабатывании всех окрестностей, связывающих узлы поставщики с узлами потребителями. Транспортная модель может быть представлена в окрестностном виде набором $NS_{TN} = (N, X, V, G)$. Смена окрестностей (связей поставщиков с потребителями и потребителей с поставщиками) соответствует появлению новой программы перевозок (новых маршрутов поставок), преобразованию матрицы инциденций.

3. Пример применения динамических окрестностей. Рассмотрим пример окрестностной модели (2). Пусть задана сеть Петри.

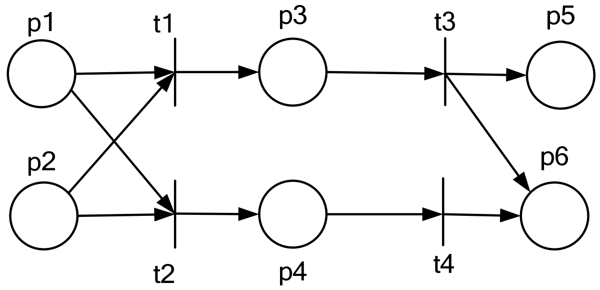

Рис 1. Пример сети Петри

Матрица инциденций сети Петри на рис. 1 равна:

$$R = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Перейдем к окрестностной модели по рассмотренному в [4] алгоритму. Слои окрестностной модели имеют вид:

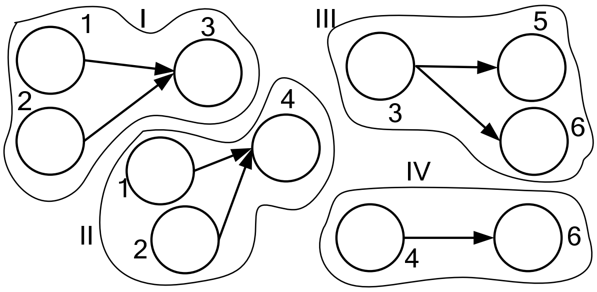

Рис 2. Слои окрестностной модели, соответствующей сети Петри на рис. 1

Начальное состояние окрестностной модели $X[0]=[2,2,0,0,0,0]^T$, необходимо получить конечное состояние $X^*=[0,0,0,0,2,2]^T$. Для достижения заданного состояния необходимо выбрать слои модели в следующем порядке: I,I,III,III. Матрица инциденций на каждом шаге меняется следующим образом (* –связь, «выключенная» на текущем шаге):

$$\hat{R}_1=\hat{R}_2=\begin{bmatrix}-1 & * & 0 & 0\\ -1 & * & 0 & 0\\ 1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix};\ \hat{R}_3=\hat{R}_4=\begin{bmatrix}-1 & -1 & 0 & 0\\ -1 & -1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix},$$

Заключение

В работе отмечено, что сети Петри, нейронные сети, транспортные сети в терминах рассмотренного определения являются разновидностями окрестностных систем. Рассмотрены предложения по оптимизации в данном контексте структуры окрестностей, показано, что важную роль играет матрица инциденций, отражающая связи между узлами системы.

Список литературы

1. Блюмин С.Л., Шмырин А.М. Окрестностные системы. – Липецк: Липецкий эколого-гуманитарный институт, 2005. – 132 с.
2. Карабутов Н.Н., Шмырин А.М. Окрестностные системы: Идентификация и оценка состояния. – Липецк: ЛГТУ, 2005. – 132 с.
3. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Шмырина О.А.. Билинейные окрестностные системы– Липецк: ЛГТУ, 2006. – 130 с.
4. Блюмин С.Л., Шмырин А.М., Седых И.А., Филоненко В.Ю. Окрестностное моделирование сетей Петри. – Липецк: ЛЭГИ, 2010. – 124 с.
5. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. 2-е изд. М., "Вильямс", 2006 – 995 с.