ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРХНИХ ОЦЕНОК ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ СЛОЖНЫХ НАБОРОВ ЗАДАЧ В УПРАВЛЯЮЩИХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ[1]

д.т.н. Иванов Н.Н., Шастун В.В.
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Москва, 117997, ул. Профсоюзная, 65
E-mail: niknivan@ipu.ru, lek_80@mail.ru

Предлагается методика прогнозирования надежного выполнения комплекса взаимосвязанных работ (КВР) в управляющих параллельных вычислительных системах, основанная на определении точной верхней оценки функций распределения времени выполнения комплекса. Предложенная методика может применяться также для вычисления указанных функций при числе вычислительных устройств, равном двум.

CALCULATION OF AN EXACT TOP ESTIMATIONS OF TIME EXECUTION OF COMPLEX TASK SETS IN THE CONTROL PARALLEL COMPUTING SYSTEMS / Dr. N.N. Ivanov, V.V. Shastun (Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences,65 Profsoyuznaya St., 117997, Moscow) The method of forecasting of reliable execution of a complex task sets in the control parallel computing systems, based on definition of an exact top estimation of time distribution functions of execution of a complex is offered. The offered method can be applied also to calculation of the specified functions at the number of computers equal two.

[1] Работа частично поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 09-08-00372-а)

1. Введение

Рассматриваемое исследование является составной частью разработки новой компьютерной технологии [1–4], создаваемой в Институте проблем управления РАН. Эта технология направлена на обеспечение надежного выполнения сложных наборов задач со случайными временами их выполнения в параллельных управляющих вычислительных системах (ВС), функционирующих в контурах управления реального времени.

Применительно к управляющим параллельным ВС исследование возможностей успешного завершения заданного пользователем набора задач на ВС за предписанное директивное время $T_{\max}$ получило название математического прогнозирования времени выполнения задач (см. [1–4] и другие работы этого же направления).

Формально под математическим прогнозированием времени выполнения конкретного, заданного пользователем комплекса взаимосвязанных работ (КВР) понимается определение в статике (т.е. до реализации задач в ВС) вероятностных оценок времени T реализации КВР и наиболее важной из них – функции распределения $F(y)$ времени T [1–4].

По функции $F(y)$ может быть определена вероятность p завершения КВР (или его фрагментов) за время, не превышающее заданное T_{max}, на параллельной ВС с заданной или предполагаемой конфигурацией и производительностью ее вычислительных ресурсов – процессоров ВС.

В отличие от известных методик в настоящей работе на основе понятий «коэффициента параллелизма» [5] предлагается оригинальный метод исследования реализаций КВР. Метод дает возможность построить (при описываемых ниже допущениях) оценочную функцию распределения времени выполнения КВР. Указанный коэффициент параллелизма определяет, во-первых, равное ему достаточное количество процессоров ВС, при котором ни одна работа заданного КВР, готовая к выполнению, никогда не будет находиться в режиме ожидания свободного вычислительного ресурса (процессора), и следовательно, каждая версия КВР будет выполняться с максимально возможным быстродействием.

Во-вторых, если пользователем предоставляется (для задаваемого им КВР) число процессоров k_{max}, равное коэффициенту параллелизма КВР, то последующее увеличение их числа (вплоть до предоставления неограниченных вычислительных ресурсов) не приводит к изменению функции распределения времени реализации заданного КВР в целом.

2. Постановка задачи исследования

В соответствии с [1–4] КВР задается пользователем в виде простого орграфа $G(A, H)$ с конечным числом N вершин, где вершина $a_j \in A$ соответствует j-й работе ($j = \overline{1, N}$), а множество дуг H отображает информационно-логические связи между работами. Работа a_j считается предшественником по отношению к a_s, если имеется дуга $(a_j, a_s) \in H$; в этом случае работа a_s является преемником по отношению к работе a_j. На рис. 1 в качестве примера представлен граф КВР, состоящий из 12 вершин; этот пример используется в последующем изложении для иллюстрации предложенного подхода.

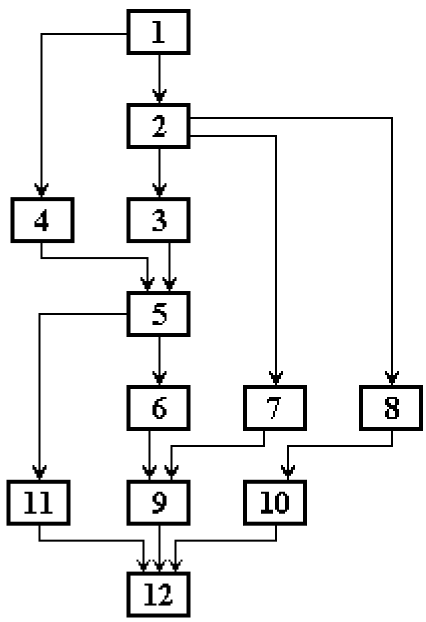

Рис.1

Таблица

Номер j	Работы-предшественники a_j	Работы-преемники a_j	$\mathbf{M}[t_j]$, τ
1	–	2, 4	1
2	1	3, 7, 8	1,5
3	2	5	1
4	1	5	2
5	3, 4	6, 11	0,5
6	5	9	2
7	2	9	1
8	2	10	0,5
9	6, 7	12	2
10	8	12	1
11	5	12	1,5
12	9, 10, 11	–	1

Каждая работа считается готовой к выполнению, если выполнены все её предшественники. В каждый момент времени на одном процессоре параллельной ВС может выполняться только одна работа (один программный модуль).

Граф G заданного КВР описывается таблицей связности его вершин (см. [1–4]). Эта таблица содержит N строк (по числу вершин графа). В каждой строке указываются: номер j вершины (работы) a_j, номера работ-предшественников и преемников j-й работы, а также среднее время ее выполнения $\mathbf{M}[t_j]$ в некоторых условных тактах или единицах непрерывного времени τ (см. таблицу связности графа КВР, приведенного на рис. 1). Среднее время выполнения каждой работы $\mathbf{M}[t_j]$ задается пользователем, который может задавать и апробировать спектр средних значений. Для простоты иллюстраций работы a_j КВР отображены на рис.1 и в таблице только их номерами (например, работы a_1, a_2, a_3 и т.д. отображены номерами 1, 2, 3 и т.д.).

До настоящего времени задача прогнозирования надежного выполнения КВР решалась на основе следующих процедур:

– построение по графу $G(A, H)$, в соответствии с заданным алгоритмом назначения работ на свободные процессоры ВС и с заданным их числом $k \geq 2$, графа $\widetilde{G}$ с одной исходной и одной конечной вершинами, который содержит все возможные траектории реализации КВР (подробно граф $\widetilde{G}$ и определение его состояний описаны в [6, 7]);

– вычисление по методу [7] (или путем аналитико-имитационного моделирования) функции $F(y)$ распределения времени T, за которое процесс реализации КВР, начавшись в исходной вершине графа $\widetilde{G}$, закончится в его конечной вершине. Такой подход предполагает, что закон распределения времен выполнения работ КВР является либо экспоненциальным (с параметрами $\mu_j = 1/\mathbf{M}[t_j]$), либо эрланговским (с сохранением двух первых моментов, заданных для каждой работы), что в конечном итоге сводится к анализу обрывающегося марковского процесса (ОМП).

Стремление повысить точность прогнозирования привело к другому пути проведения анализа реализации КВР – на основе принципиально иного представления случайного процесса выполнения КВР, а именно, в виде конечного числа совокупностей двух (для двухпроцессорных ВС) взаимосвязанных полумарковских процессов [8, 9]. При этом возникла возможность рассматривать *произвольные* законы распределения времени выполнения работ КВР. На основе такого представления в [9] описан на принципиальном уровне подход к точному вычислению функции распределения времени выполнения произвольного КВР для $k = 2$.

В отличие от предыдущих методик в настоящей работе предлагается оригинальный метод исследования реализаций КВР, не требующий ни построения графа $\widetilde{G}$, ни анализа совокупностей взаимосвязанных полумарковских процессов; метод основан исключительно на анализе *структуры* графа $G(A, H)$. Предлагаемый метод дает возможность построить (при описываемых ниже допущениях) оценочную функцию распределения времени выполнения КВР, исходя из *произвольных* законов распределения времени выполнения работ КВР.

3. Построение и анализ модели

На графе КВР и в его таблице связности [1] выделим работы, число предшественников которых превышает единицу. Назовем такие работы *узлами* КВР.

В основу предлагаемой методики положен следующий факт, вытекающий из наличия в ВС числа процессоров, не меньшего коэффициента параллелизма КВР: при любой траектории реализации работ КВР, т.е. при любой последовательности окончаний выполнения работ КВР (по отношению одна к другой), на его графе существует единственный путь *П* из начальной вершины в конечную, все работы которого выполняются последовательно друг за другом в том порядке, в котором они расположены на данном пути, при этом завершение обслуживания работы-предшественника совпадает с немедленным началом обслуживания работы-преемника, а все остальные работы (не принадлежащие *П*) успевают выполниться параллельно («на фоне») с работами *П*, так что для каждого узла, через которые проходит *П*, окончание выполнения работ-предшественников, не входящих в *П*, произойдет раньше чем окончание выполнения работы-предшественника, входящей в *П*.

В качестве претендентов на такие пути могут быть все пути, ведущие из начальной вершины КВР в конечную. Отметим, что при заданных распределениях времен выполнения задач не всем этим путям соответствуют вероятности, отличные от нуля**.**

Таким образом, функция распределения $F(y)$ времени выполнения КВР будет складываться из функций распределения $F_i(y)$ времени реализации всех таких путей, умноженных на соответствующие вероятности: $F(y) = \sum_i p_i F_i(y)$.

Для КВР, приведенного на рис. 1, таковыми путями будут следующие:

1) 1, 4, 5, 11, 12;
2) 1, 4, 5, 6, 9, 12;
3) 1, 2, 3, 5, 11, 12;
4) 1, 2, 3, 5, 6, 9, 12;
5) 1, 2, 7, 9, 12;
6) 1, 2, 8, 10, 12.

Таким образом, функция распределения $F(y)$ времени выполнения КВР будет складываться из функций распределения $F_i(y)$ времени реализации всех таких путей, умноженных на соответствующие вероятности: $F(y) = \sum_i p_i F_i(y)$.

Рассмотрим какой-либо из таких путей *П* (рассмотрение будем вести на примере пути 4: 1, 2, 3, 5, 6, 9, 12 на графе КВР, представленном на рис. 1). Пусть случайная величина ς есть суммарное время выполнения всех работ пути 4 (в данном случае $\varsigma = \sum_j \varsigma_j = \varsigma_1 + \varsigma_2 + \varsigma_3 + \varsigma_5 + \varsigma_6 + \varsigma_9 + \varsigma_{12}$). Функция распределения этого времени, с одной стороны, является сверткой функций распределения времени выполнения работ, входящих в этот путь; с другой стороны, она зависит от распределения времени реализации цепочек работ, «замыкающих» некоторые участки этого пути (корректное построение графа КВР не допускает возможности «замыкания» каких-либо путей на графе КВР одиночными дугами). Так, например, на рис. 1 для пути 4 участок из работ 2 и 3 «замыкается» работой 4, или участок 6, 9 «замыкается» работой 11, или участок 3, 5, 6 «замыкается» работой 7, или участок 3, 5, 6, 9 «замыкается» работами 8 и 10.

Следовательно, если $\bar{\xi} = (\xi_1, \ldots, \xi_l)$ представляет собой случайный вектор в $R_+^l = \{(x_1, \ldots, x_l) : x_i \in R, x_i \geq 0\}$, составленный из случайных времен выполнения работ, входящих во все «замыкающие» пути *П*, то, фиксируя значение каждого ξ_m и полагая его равным x_m, следует считать $p_i = p_i(\bar{x})$ и

$$p_i F_i(y \,|\, \bar{\xi} = \bar{x}) = p_i(\bar{x}) F_\varsigma(y \,|\, \bar{\xi} = \bar{x}), \text{ где } \bar{x} = (x_1, \ldots, x_l) \in R_+^l .$$

В данном примере $\bar{x} = (x_4, x_7, x_8, x_{10}, x_{11})$.

Функция распределения $F_\varsigma(y)$ в силу независимости случайных величин ς_j может быть вычислена в соответствии с равенством

(1) $$F_\varsigma(y) = \int_A \prod_j F_{\varsigma_j}(dy_j)$$

по области $A = \{\bar{y} : \sum_j y_j < y,\ y_j \geq 0\}$, где $F_{\varsigma_j}(y_j)$ – функция распределения времени выполнения работы с номером j.

В данном примере $F_\varsigma(y) = \int_A F_{\varsigma_1}(dy_1) F_{\varsigma_2}(dy_2) F_{\varsigma_3}(dy_3) F_{\varsigma_5}(dy_5) F_{\varsigma_6}(dy_6) F_{\varsigma_9}(dy_9) F_{\varsigma_{12}}(dy_{12})$, $A = \{\bar{y} : y_1 + y_2 + y_3 + y_5 + y_6 + y_9 + y_{12} < y, y_k \geq 0\} \subset R_+^7$, $\bar{y} = (y_1, y_2, y_3, y_5, y_6, y_9, y_{12})$.

Теперь $p_i(\bar{x}) F_\varsigma(y \,|\, \bar{\xi} = \bar{x})$ может быть определено в силу независимости случайных величин ς_j в соответствии с равенством

(2) $$p_i(\bar{x}) F_\varsigma(y \,|\, \bar{\xi} = \bar{x}) = \int_B \prod_j F_{\varsigma_j}(dy_j),$$

где область B есть область A, на которую наложены дополнительные ограничения, определяемые «замыкающими» путями.

В рассматриваемом случае пути 4 при $\bar{\xi} = \bar{x}$ имеем в качестве области B следующее множество: $B = A \cap C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4$, где

$$C_1 = \{\bar{y} : y_2 + y_3 \geq x_4\},$$
$$C_2 = \{\bar{y} : y_6 + y_9 \geq x_{11}\},$$
$$C_3 = \{\bar{y} : y_3 + y_5 + y_6 \geq x_7\},$$
$$C_4 = \{\bar{y} : y_3 + y_5 + y_6 + y_9 \geq x_8 + x_{10}\}.$$

Используя теперь формулу полной вероятности и независимость случайных величин ξ_j, приходим к равенству

(3) $$p_i F_i(y) = \int_{R_+^l} p_i(\bar{x}) F_\varsigma(y \,|\, \bar{\xi} = \bar{x}) F_\xi(d\bar{x}) = \int_{R_+^l} \int_B \prod_j F_{\varsigma_j}(dy_j) \prod_m F_{\xi_m}(dx_m).$$

Для пути 4 равенство (3) принимает вид:

(3*) $$p_4 F_4(y) =$$

$$= \int_{R_+^5}\int_B F_{\varsigma_1}(dy_1)F_{\varsigma_2}(dy_2)F_{\varsigma_3}(dy_3)F_{\varsigma_5}(dy_5)F_{\varsigma_6}(dy_6)F_{\varsigma_9}(dy_9)F_{\varsigma_{12}}(dy_{12})F_{\xi_4}(dx_4)F_{\xi_7}(dx_7)F_{\xi_8}(dx_8)F_{\xi_{10}}(dx_{10})F_{\xi_{11}}(dx_{11}).$$

Непосредственное вычисление выражения $p_i F_i(y)$ для i-го пути в соответствии с равенством (3) чрезвычайно затруднительно. Даже в случае равномерных распределений, при которых подынтегральное выражение в (3) вырождается в произведение дифференциалов переменных на некоторую константу и интеграл (3) можно свести к повторному интегралу Римана, построение области интегрирования практически неосуществимо.

Однако существует путь решения этих проблем, основанный на привлечении к вычислению получающихся кратных интегралов метода Монте-Карло, чему посвящен следующий раздел.

4. Вычисление оценочной функции распределения

Наиболее просто интеграл (3) может быть вычислен, когда распределения всех работ, образующих КВР, являются равномерными. В этом случае, как уже отмечалось выше, под знаком кратного интеграла остаются лишь дифференциалы переменных и некоторая константа, равная $c = \prod_m (b_m - a_m)^{-1}$, где m пробегает множество номеров всех работ КВР, а $[a_m, b_m]$ – интервал, на котором отлична от нуля плотность равномерного распределения времени обслуживания работы с номером m (очевидно, константа c может быть вынесена за знак интеграла).

Применение метода предполагает использование генератора случайных чисел, принадлежащих отрезку [0, 1]. Подвергая эти числа линейному преобразованию, можно получать случайные числа, принадлежащие произвольному интервалу [a, b].

Образуем «параллелепипед» (**П**) со сторонами, представляющими собой отрезки $[a_m, b_m]$, «объем» которого будет равен $|\mathbf{П}| = c^{-1} = \prod_m (b_m - a_m)$. Создавая с помощью генератора случайных чисел последовательность $\mu_m \in [a_m, b_m]$, $m = \overline{1, M}$, M – число работ КВР, можно обеспечить равномерное распределение случайных точек по всему **П**. Теперь для каждого выбранного значения $y > 0$ с помощью стандартной процедуры «просеивания» фон Неймана [10] можно, генерируя достаточно большое количество последовательностей $\{\mu_m\}$, отобрать последовательности, удовлетворяющие всем неравенствам, в соответствии с которыми строятся множества B и $D \subset R_+^l$ для каждого i-го пути на графе КВР (область D – та часть R_+^l, на которой отличны от нуля плотности распределений $\xi_1, \ldots, \xi_l$). Это означает, что для каждого пути отобраны те точки, которые попали в $B \oplus D \subseteq \mathbf{П}$. Дальнейшее строится на том, что для каждого пути выполняется приближенное равенство $|B \oplus D| / |\mathbf{П}| \approx p_i F_i(y)$.

Отобранные для каждого пути количества точек обозначим через n_i. Если число последовательностей $\{\mu_m\}$ равно N, то $\lim_{N\to\infty}(n_i / N) = p_i F_i(y)$. При достаточно больших N получаем приближенное равенство $\sum_i n_i / N \approx F(y)$. При этом погрешность вычислений обратно пропорциональна $\sqrt{N}$.

Правильность вычислений всегда может быть проверена путем выбора достаточно большого значения y, при этом должно выполняться равенство $\sum_i n_i / N = 1$.

Аналогичным образом можно осуществлять вычисления в общем случае произвольных абсолютно непрерывных распределений. Следует только для плотностей, определенных на положительной полуоси, ограничивать интервалы, на которых они заданы, обеспечивая необходимую точность (например, задавая уровень значимости). Кроме того, **П** следует расширить за счет добавления еще одной координаты z. Пределы изменения переменной z могут быть назначены, например, внутри интервала $[0, \nu]$, где $\nu = \prod_{m=1}^{M} \max_{x \in [a_m, b_m]} p_m(x)$, $[a_m, b_m]$ – интервал изменения времени для m-й работы, $p_m(x)$ – плотность распределения времени обслуживания m-й работы. Теперь полагаем $|\mathbf{\Pi}| = \nu \prod_m (b_m - a_m)$, и «просеивание» будет происходить аналогично описанному выше с добавлением проверки того, удовлетворяет ли случайное число z неравенству $0 \le z \le \prod_m p_m(\mu_m)$. При этом имеем следующее равенство:

$$F(y) = \lim_{N \to \infty} \nu \prod_m (b_m - a_m) \sum_i n_i / N .$$

Из приведенных рассуждений также следует, что могут быть определены вероятности и функции распределения времени реализации каждого пути:

$$p_i = \lim_{\substack{N \to \infty \\ y \to \infty}} \nu\, n_i \prod_m (b_m - a_m) / N , \qquad F_i(y) = \lim_{N \to \infty} \frac{\nu\, n_i}{p_i N} \prod_m (b_m - a_m) .$$

Для приближенных вычислений $F(y)$ следует выбирать достаточно большие значения N, учитывая тот факт, что погрешность вычислений обратно пропорциональна $\sqrt{\sum n_i}$.

Отметим еще одно достоинство предложенного метода. В настоящее время технология [1–4] развивается в направлении исследований различных методов и средств *резервирования* работ КВР для обеспечения его надежного выполнения [11]. Некоторые из этих методов предусматривают или предполагают выполнение равенства времен реализации некоторых работ КВР. Например, в случае дублирования выполнения некоторой работы (при одинаковых исходных данных) на паре вычислительных устройств (ВУ) помимо того, что времена выполнения работы-оригинала и работы-копии (в терминологии [11]) будут иметь одно и то же распределение, эти случайные времена будут совпадать. Ни один из известных до настоящего времени методов вычисления функций распределения времени выполнения КВР (за исключением лишь имитационного метода) не в состоянии учесть это равенство. Предложенный аналитический метод позволяет отождествлять не только законы распределения, но и сами случайные времена выполнения работы-оригинала и нескольких работ-копий при вычислении оценочной функции распределения времени выполнения КВР с резервированием его работ в параллельной ВС.

Таким образом, получен метод вычисления оценочной функции распределения $F(y)$ времени выполнения КВР в ВС, содержащей число процессоров, не меньшее коэффициента параллелизма КВР. Эта функция названа в работе оценочной по той причине, что при меньшем, чем коэффициент параллелизма, числе процессоров функция распределения $G(y)$ этого времени будет удовлетворять неравенству $G(y) \le F(y)$. Заметим также, что метод не требует предварительного вычисления коэффициента параллелизма исследуемого КВР.

5. Случай двух ВУ

Как указывалось в п. 2, для анализа КВР существует представление случайного процесса выполнения КВР в виде конечного числа совокупностей двух (для двухпроцессорных ВС) взаимосвязанных полумарковских процессов [8, 9]. На основе такого представления в [9] описан на принципиальном уровне подход к точному вычислению функции распределения времени выполнения КВР при произвольных распределениях времени выполнения его работ.

Для иллюстрации возможности применения рассмотренной в докладе методики к вычислению возникающих в данном случае интегралов обратимся к рис. 2, на котором изображен пример совокупности двух взаимосвязанных полумарковских процессов (ПМП).

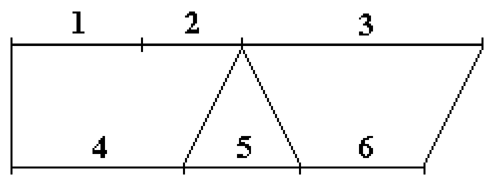

Рис. 2

Пусть случайная величина ς есть суммарное время выполнения всех работ верхнего ПМП (в данном случае $\varsigma = \sum_j \varsigma_j = \varsigma_1 + \varsigma_2 + \varsigma_3$). Функция распределения этого времени, с одной стороны, является сверткой функций распределения времени выполнения работ 1, 2 и 3, с другой стороны, она зависит от распределения времени реализации работ 4, 5 и 6, моменты окончания выполнения которых связаны с моментами окончания работ верхнего ПМП (например, выполнение работы 4 должно закончиться раньше, чем закончится выполнение работ 1 и 2, которые, в свою очередь, опережают работы 4 и 5).

Следовательно, если $\bar{\xi} = (\xi_4, \xi_5, \xi_6)$ представляет собой случайный вектор, составленный из случайных времен выполнения работ 4, 5 и 6, то, фиксируя значение каждого ξ_m и полагая его равным x_m, следует считать вероятность реализации данной совокупности $p = p(\bar{x})$ и

$$pF(y \,|\, \bar{\xi} = \bar{x}) = p(\bar{x}) F_\varsigma(y \,|\, \bar{\xi} = \bar{x}), \text{ где } \bar{x} = (x_4, x_5, x_6).$$

Функция распределения $F_\varsigma(y)$ в силу независимости случайных величин ς_j может быть вычислена в соответствии с равенством

$$F_\varsigma(y) = \int_A F_{\varsigma_1}(dy_1) F_{\varsigma_2}(dy_2) F_{\varsigma_3}(dy_3) \tag{4}$$

по области $A = \{\bar{y} : y_1 + y_2 + y_3 < y,\ \ y_j \geq 0\}$, где $F_{\varsigma_j}(y_j)$ – функция распределения времени выполнения работы с номером j.

Теперь $p(\bar{x}) F_\varsigma(y \,|\, \bar{\xi} = \bar{x})$ может быть определено в соответствии с равенством

$$p(\bar{x}) F_\varsigma(y \,|\, \bar{\xi} = \bar{x}) = \int_B \prod_j F_{\varsigma_j}(dy_j), \tag{5}$$

где область B есть область A, на которую наложены дополнительные ограничения, определяемые связями между ПМП.

В рассматриваемом случае имеем в качестве области B следующее множество: $B = A \bigcap C_1 \bigcap C_2 \bigcap C_3$, где

$$C_1 = \{\bar{y} : y_1 + y_2 \geq x_4\},$$
$$C_2 = \{\bar{y} : y_1 + y_2 < x_4 + x_5\},$$
$$C_3 = \{\bar{y} : y_1 + y_2 + y_3 \geq x_4 + x_5 + x_6\}.$$

Используя теперь формулу полной вероятности и независимость случайных величин ξ_j, приходим к равенству

$$p\,F_{\varsigma}(y)=\int_{D}p(\bar{x})\,F_{\varsigma}(y\,|\,\bar{\xi}=\bar{x})\,F_{\xi}(d\bar{x})=\int_{D}\int_{B}\prod_{j=1}^{3}F_{\varsigma_j}(dy_j)\prod_{m=4}^{6}F_{\xi_m}(dx_m)\ , \tag{6}$$

где D – та часть R_{+}^{3}, на которой отличны от нуля плотности распределений ξ_4, ξ_5, ξ_6.

Применяя к (6) вычислительную процедуру, описанную в п.4, получаем возможность вычислить функцию распределения времени реализации данной совокупности ПМП и, следовательно, функцию распределения времени выполнения КВР, рассматриваемого как множество всех совокупностей ПМП.

6. Заключение

Предложенная методика вычисления оценочных функций распределения времен выполнения комплексов взаимосвязанных работ (КВР) в параллельных ВС может успешно применяться в тех случаях, когда заранее известны функции распределения времени реализации отдельных работ КВР. Однако такие оценки могут быть определены и в случаях отсутствия полной информации об этих функциях. Действительно, знание лишь двух первых моментов распределений времени реализации работ КВР позволит аппроксимировать эти распределения равномерными распределениями с теми же двумя первыми моментами, в результате чего вычисление функций распределения при этом радикально упрощается.

Принципиально важно, что предлагаемая методика применима в случае присутствия в КВР работ с детерминированным распределением времени их реализации, которое невозможно аппроксимировать с приемлемой точностью какими-либо другими распределениями. Другим преимуществом этой методики является возможность без труда учитывать реальное *равенство* времен выполнения некоторых работ КВР в случаях их резервирования.

Кроме того, использование методики позволяет решать вопрос о том, удовлетворяет ли производительность ВС требованию надежного выполнения каждого заданного КВР при использовании максимального (для данного КВР) числа процессоров (равного коэффициенту параллелизма КВР), или же на этапе проектирования ВС требуется ее модификация в сторону увеличения быстродействия этих устройств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ignatushchenko V.V.* A principle of dynamic control of parallel computing processes on the basis of static forecasting // Proc. 10 Int. Conf. Parallel and Distributed Comput. Syst. (PDCS–97). New Orleans, USA, Oct. 1997. P. 593–597.

2. *Игнатущенко В.В., Подшивалова И.Ю.* Динамическое управление параллельными вычислительными процессами на основе статического прогнозирования их выполнения // АиТ. 1997. № 5. С. 160-173.

3. *Игнатущенко В.В., Подшивалова И.Ю.* Динамическое управление надежным выполнением параллельных вычислительных процессов для систем реального времени // АиТ. 1999. № 6. С.142-157.

4. *Елисеев В.В., Игнатущенко В.В.* Проблема надежного выполнения сложных наборов задач в управляющих параллельных вычислительных системах // Проблемы управления. 2006. № 6. С. 6-18.

5. *Игнатущенко В.В.* Организация структур управляющих многопроцессорных вычислительных систем // М.: Энергоатомиздат. 1984. 178 с.

6. *Игнатущенко В.В., Клушин Ю.С.* Прогнозирование выполнения сложных программных комплексов на параллельных компьютерах: прямое стохастическое моделирование // АиТ. 1994. № 11. С. 142-157.

7. *Иванов Н.Н., Игнатущенко В.В., Михайлов А.Ю.* Статическое прогнозирование времени выполнения комплексов взаимосвязанных работ в многопроцессорных вычислительных системах // АиТ. 2005. №6. С. 89-103.

8. *Иванов Н.Н.* Статическое прогнозирование времени выполнения комплексов взаимосвязанных работ в многопроцессорных вычислительных системах при неэкспоненциальных распределениях времени выполнения задач // Тр. Ин-та пробл. упр. РАН. Т. XXVI. М.: 2005. С. 60-75.

9. *Иванов Н.Н.* Принципы построения универсальной методики прогнозирования надежного выполнения наборов задач со случайными временными параметрами // Тр. XXXVI Межд. конф. IT+SE'2008. 2008. Украина, Ялта-Гурзуф. С. 92-94.

10. *Брандт З.* Анализ данных. М.: Мир, 2003.

11. *Игнатущенко В.В.*, *Исаева Н.А.* Резервирование взаимосвязанных программных модулей для управляющих параллельных вычислительных систем: организация, формализованное описание, оценка отказоустойчивости // АиТ. 2008. №10. С. 142-161.